



CONCURSO DE ADMISSÃO  
AO  
CURSO DE GRADUAÇÃO E FORMAÇÃO  
MATEMÁTICA



CADERNO DE QUESTÕES

2022/2023

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine o(s) valor(es) real(ais) de  $x$  tal(is) que

$$x = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja  $S = (1 + \operatorname{tg}(\alpha) + \sec(\alpha))(1 + \operatorname{cotg}(\alpha) - \operatorname{cossec}(\alpha))$ .

Mostre que o valor de  $S$  é um número inteiro para todo valor do ângulo  $\alpha$  diferente de  $\frac{k\pi}{2}$ , com  $k \in \mathbb{Z}$  e calcule esse valor.

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine a soma de todos os valores reais de  $k$  para os quais o sistema

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x + 1} + |y - 2| = \frac{1}{2} \\ x^2 + 36y^2 = 2(kx + 72y) - 140 - k^2 \end{cases}$$

possui solução única, sabendo que  $x, y \in \mathbb{R}$ .

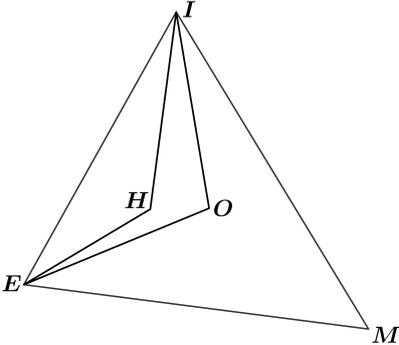
4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sejam os números complexos  $z_1, z_2, \dots, z_n$  tais que suas partes reais e imaginárias formam, respectivamente, uma progressão aritmética e uma progressão geométrica crescentes de números reais e de mesma razão. Sabe-se que  $z_1 = 2 + 5i$  e  $z_4 = m(i^{4m} + 5i^{4m+1})$  onde  $m \in \mathbb{Z}_+^*$  e  $i^2 = -1$ .

Considere  $S_n = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^n z_k$  e  $A_n = \frac{2}{5} \sum_{k=1}^n k$ .

Calcule o valor de  $P = \frac{S_n - A_n}{i} + 1$  em função de  $n$ .

<b>5ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 1,0</b>
<p>As raízes da equação <math>4x^3 - 40x^2 + 129x - 135 = 0</math> são os comprimentos dos lados de um triângulo em metros.</p> <p>Determine a área deste triângulo.</p>	
<b>6ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 1,0</b>
<p>Dado um dodecaedro regular, escolhem-se 3 vértices ao acaso.</p> <p>Calcule a probabilidade dos 3 vértices escolhidos pertencerem a uma mesma face.</p>	
<b>7ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 1,0</b>
<p>Seja um triângulo acutângulo <math>IME</math> conforme a figura abaixo tal que <math>\overline{IH} = \overline{IO}</math>, onde <math>H</math> e <math>O</math> são respectivamente seus ortocentro e circuncentro, interiores ao triângulo e não pertencentes aos lados.</p> <p>Calcule o ângulo <math>\widehat{HEO}</math>, sabendo que os ângulos <math>\widehat{EIH} = 2\widehat{HIO}</math>.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	
<b>8ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 1,0</b>
<p>Sejam <math>a, b, c</math> números reais maiores que 1. Considere a expressão:</p> $S = \frac{xy + yz + xz + 2(x + y + z) + 3}{(x + 1)(y + 1)(z + 1)}$ <p>onde <math>x = \log_c ab</math>, <math>y = \log_b ac</math>, <math>z = \log_a bc</math>.</p> <p>Prove que o valor de <math>S</math> é um número inteiro e calcule este valor.</p>	
<b>9ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 1,0</b>
<p>Sejam <math>P_1</math> um tetraedro regular e <math>P_2</math> um prisma triangular reto. Ambos os poliedros possuem uma base comum, e a razão entre as áreas totais de <math>P_2</math> e <math>P_1</math> é 2.</p> <p>Determine a razão entre os volumes de <math>P_2</math> e <math>P_1</math>.</p>	
<b>10ª QUESTÃO</b>	<b>Valor: 1,0</b>
<p>Seja a equação <math>(36x + 1)(27x + 3)(24x + 6)(18x + 3) = 189</math>.</p> <p>Determine as suas raízes reais.</p>	