



1^a QUESTÃO

Sejam $z, w \in \mathbb{C}$ tais que $z - w = -2\sqrt{3}$ e $w \neq 0$. Se z tem módulo $2\sqrt{3}$, e w tem argumento $\pi/6$, então a parte real de z é igual a

- A ()** $-2\sqrt{3}$. **B ()** $-\sqrt{3}$. **C ()** 0. **D ()** $\sqrt{3}$. **E ()** $2\sqrt{3}$.

Assunto: Números Complexos

Faça $z = a + bi$ e $w = c + di$, com a, b, c e d reais. Logo,

$$z - w = (a - c) + i(b - d) = -2\sqrt{3} + i \cdot 0$$

Daí, $a - c = -2\sqrt{3}$ e $b = d$.

Se $w = |w| \cdot \text{cis}(30^\circ) \Rightarrow w = \frac{|w| \cdot \sqrt{3}}{2} + \frac{i \cdot |w|}{2}$.

Daí, $c = \frac{\sqrt{3} \cdot |w|}{2}$ e $b = d = \frac{|w|}{2}$ e

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow a^2 + b^2 = 12$$

Daí, $a = \frac{\sqrt{3} \cdot |w|}{2} - 2\sqrt{3}$ e $b = \frac{|w|}{2}$. Então,

$$\left(\frac{\sqrt{3} \cdot |w|}{2} - 2\sqrt{3} \right)^2 + \left(\frac{|w|}{2} \right)^2 = 12$$

$$|w|^2 - 6|w| = 0 \Rightarrow |w|^2 = 6|w| \Rightarrow |w| = 6.$$

Então, $a = \text{Re}(z) = \frac{\sqrt{3} \cdot |w|}{2} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$.

Resposta: D



2^a QUESTÃO

Usando os valores aproximados

$$\log_{45} 13,72 = 0,6880,$$

$$\log_{45} 6125 = 2,2908,$$

a alternativa que mais aproxima a representação decimal de $\log_{45} 7$ é

- A ()** 0,4886. **B ()** 0,5112. **C ()** 0,5193. **D ()** 0,5224. **E ()** 0,5385.

Assunto: Logaritmo.

Organizando os logaritmos dados, temos:

(I)
$$\begin{aligned} \log_{45} 13,72 &= \log_{45} (2^2 \cdot 7^3) - \log_{45} 100 = \log_{45} 2^2 + \log_{45} 7^3 - \log_{45} 10^2 \\ &\Rightarrow 2 \cdot \log_{45} 2 + 3 \cdot \log_{45} 7 - 2 \log_{45} 5 - 2 \log_{45} 2 = 3 \cdot \log_{45} 7 - 2 \log_{45} 5 = 0,6880 \end{aligned}$$

(II)

$$\log_{45} 6125 = \log_{45} (5^3 \cdot 7^2) = \log_{45} 5^3 + \log_{45} 7^2 = 3 \cdot \log_{45} 5 + 2 \cdot \log_{45} 7 = 2,2908$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 3 \cdot \log_{45} 7 - 2 \log_{45} 5 = 0,6880 \\ 3 \cdot \log_{45} 5 + 2 \cdot \log_{45} 7 = 2,2908 \end{cases} \begin{matrix} (\cdot 3) \\ (\cdot 2) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot \log_{45} 7 - 6 \log_{45} 5 = 2,064 \\ 6 \cdot \log_{45} 5 + 4 \cdot \log_{45} 7 = 4,5816 \end{cases}$$

Somando as duas equações,

$$13 \cdot \log_{45} 7 = 6,6456$$

$$\log_{45} 7 = 0,5112$$

Resposta: B

3^a QUESTÃO

Seja A a matriz de ordem 100×100 , cujos elementos são descritos pela equação

$$a_{ij} = 1 + (1 - i)(1 - j).$$

Considere as seguintes afirmações:

- I. A é uma matriz simétrica.
- II. Cada linha da matriz A forma uma progressão aritmética.
- III. A é uma matriz singular.

É (São) VERDADEIRA(S):

- A () Apenas I. C () Apenas I e II. E () I, II e III.
 B () Apenas II. D () Apenas I e III.

COLEGIO

master *Resolve*

NRNNA NO COLEÓPIO - EDUCA NA VIDA

ASSUNTO: MATRIZES E DETERMINANTES

SOLUÇÃO

A matriz A é dada por

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 1 & 3 & 5 & \cdots & 2n-5 & 2n-3 & 2n-1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n-2 & 2n-5 & \cdots & n^2-6n+10 & n^2-5n+7 & n^2-4n+4 \\ 1 & n-1 & 2n-3 & \cdots & n^2-5n+7 & n^2-4n+5 & n^2-3n+3 \\ 1 & n & 2n-1 & \cdots & n^2-4n+4 & n^2-3n+3 & n^2-2n+2 \end{pmatrix}$$

A afirmação I é verdadeira, pois

$$a_{ij} = 1 + (i-1)(j-1) \therefore a_{ij} = 1 + (j-1)(i-1) \therefore a_{ij} = a_{ji}$$

A afirmação II é verdadeira

$$a_{i,j} = 1 + (j-1)(i-1)$$

$$a_{i,j+1} = 1 + (i-1)(j+1-1)$$

Agora observe que

$$a_{i,j+1} - a_{i,j} = 1 + (i-1)(j+1-1) - 1 - (j-1)(i-1) \therefore a_{i,j+1} - a_{i,j} = (i-1)$$

Portanto a linha i , forma uma PA de razão $(i-1)$

A afirmação III é verdadeira.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 1 & 3 & 5 & \cdots & 2n-5 & 2n-3 & 2n-1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n-2 & 2n-5 & \cdots & n^2-6n+10 & n^2-5n+7 & n^2-4n+4 \\ 1 & n-1 & 2n-3 & \cdots & n^2-5n+7 & n^2-4n+5 & n^2-3n+3 \\ 1 & n & 2n-1 & \cdots & n^2-4n+4 & n^2-3n+3 & n^2-2n+2 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{vmatrix} = 0$$

Resposta: E

4^a QUESTÃO

Os vértices de um polígono são todos os números complexos não nulos que satisfazem a equação

$$iz^2 = 2\bar{z}.$$

A área desse polígono é

- A ()** $\sqrt{3}$. **B ()** $2\sqrt{3}$. **C ()** $3\sqrt{3}$. **D ()** $4\sqrt{3}$. **E ()** $5\sqrt{3}$.

Assunto: Números Complexos e Áreas.

Faça $z = a + ib \Rightarrow i(a + ib)^2 = 2(a + ib)$.

Temos: $i(a^2 - b^2) - 2ab = 2a - 2b \cdot i$.

Por igualdade em \mathbb{C} , temos

$$(I) \quad 2a + 2ab = 0 \Rightarrow a(1 + b) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = -1$$

$$(II) \quad a^2 - b^2 = -2b$$

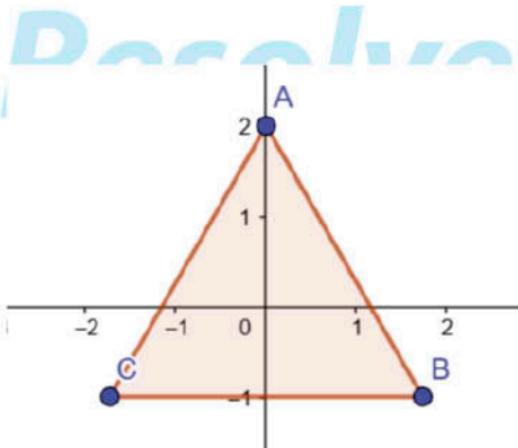
De (I) em (II):

Se $a = 0 \Rightarrow b = 0$ ou $b = 2$.

Se $b = -1 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$.

Daí, o polígono em \mathbb{C} é formado pelos pontos não nulos é:

$$(0, 2); (\sqrt{3}, -1); (-\sqrt{3}, -1)$$



É um triângulo de base $2\sqrt{3}$ e altura 3.

Logo, a área é $\frac{2\sqrt{3} \cdot 2}{2} = 3\sqrt{3}$.

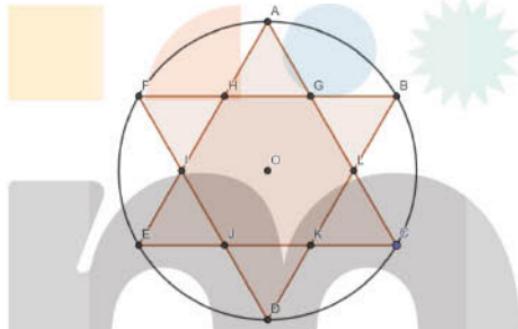
Resposta: Alternativa C).

5^a QUESTÃO

Uma circunferência é dividida em seis partes iguais pelos pontos A, B, C, D, E, F , designados nessa ordem. Os pontos A, C, E são vértices de um triângulo equilátero, os pontos B, D, F são vértices de um segundo triângulo equilátero. A sobreposição desses dois triângulos define uma estrela de seis pontas denominada hexagrama. Se a área desse hexagrama é $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$, então a área do quadrado inscrito na circunferência mede

- A ()** 10 cm^2 . **B ()** 25 cm^2 . **C ()** 40 cm^2 . **D ()** 50 cm^2 . **E ()** 75 cm^2 .

Assunto: Geometria Plana.



Se o raio do círculo mede R e os lados dos triângulos equiláteros maiores medem L , aplicando lei dos cossenos em $\triangle OEC$, temos:

$$L^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cdot \cos(120^\circ) = 3R^2 \Rightarrow L = R\sqrt{3}.$$

Como $\triangle AGH$ é equilátero e o hexágono central é regular, temos $AG = GH = GL = LC$, e analogamente concluímos que $AG = GL = LC$, portanto, o lado do hexágono central é $\frac{1}{3}$ de L .

A área do hexagrama é duas vezes a área de $\triangle ACE$ menos a área do hexágono central.

Área de um triângulo equilátero: $\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$.

Área de um hexágono regular: $6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$.

Logo,

$$25\sqrt{3} = 2 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4} - 6 \cdot \frac{(L/3)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2L^2\sqrt{3} - (2L^2/3)\sqrt{3}}{4} = \frac{L^2\sqrt{3}}{3}.$$

Logo, $L^2 = 75 \Rightarrow L = 5\sqrt{3}$. Como $L = R\sqrt{3}$, temos $R = 5$.

A diagonal do quadrado inscrito é $2R$. Sendo a seu lado, temos $a^2 + a^2 = (2R)^2$.

Por fim, $2a^2 = 100 \Rightarrow a^2 = 50$, que é a área do quadrado desejado.

Resposta: Alternativa D)

6^a QUESTÃO

Considere as seguintes afirmações:

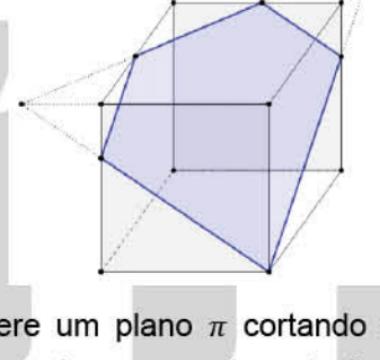
- I. Um cubo possui uma seção plana dada por um pentágono.
- II. Sejam α , β e η três planos distintos, dois a dois concorrentes. Sejam r a reta interseção de α e β , s a reta interseção de β e η , t a reta interseção de α e η . Se r , s e t são duas a duas paralelas distintas, então existe uma única reta paralela a r que dista igualmente de α , β e η .
- III. Dois planos secantes são perpendiculares se toda reta de um deles for perpendicular a outro plano.

É (São) VERDADEIRA(S):

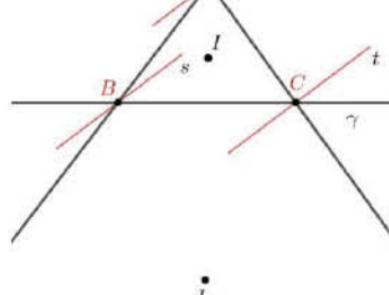
- A () Apenas I.
 B () Apenas I e II.
 C () Apenas I e III.
 D () Apenas II e III.
 E () Nenhuma das afirmações.

Assunto: Geometria Espacial

I. Verdadeiro. Considere o exemplo abaixo.



II. Falso. Considere um plano π cortando as retas r, s, t nos pontos A, B, C . As retas passando pelo incentro e pelos ex-incentros do triângulo ABC perpendicularmente ao plano π equidistam de α, β e η .



III. Verdadeiro. A condição “Toda reta de um deles é perpendicular ao outro” é impossível e, portanto, *logicamente falsa*. Portanto, como uma sentença “ $p \Rightarrow q$ ” é verdadeira, sempre que p é falsa, o item será considerado **verdadeiro**. Entretanto, a sentença verdadeira que equivale ao perpendicularismo entre planos é a seguinte:

“Dois planos são perpendiculares se, e somente se, um deles possui uma reta perpendicular ao outro.”

Observação importante:

Em Geometria Espacial, quando se avalia o conteúdo “é verdadeira ou falsa” no sentido geométrico, considera-se se a frase faz sentido dentro do espaço real (não apenas logicamente).

Assim, **didaticamente**, ela é tida como **falsa**, porque a hipótese é impossível.

Mas, **logicamente**, sob análise proposicional pura, a sentença é **verdadeira**, porque uma falsa implica verdadeira é verdadeira.



7^a QUESTÃO

Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}.$$

A matriz $A^{31} \times B$ é igual a

$$A(\) \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1) \\ -\frac{\sqrt{2}}{4}(1+\sqrt{3}) \end{bmatrix}, \quad B(\) \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3}) \\ -\frac{\sqrt{2}}{4}(1+\sqrt{3}) \end{bmatrix}, \quad C(\) \begin{bmatrix} \frac{1-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad D(\) \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}-1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}.$$

E () nenhuma das alternativas anteriores.

COLEGIO
master *Resolve*

ENSINA NO COLEGIO. EDUCADA NA VIDA.

ASSUNTOS: MATRIZES E TRIGONOMETRIA

SOLUÇÃO

A matriz A pode ser escrita como

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \therefore A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix}$$

Veja que a matriz A é uma matriz de rotação com $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Assim, temos que

$$A^{31} = \begin{bmatrix} \cos \frac{31\pi}{6} & -\sin \frac{31\pi}{6} \\ \sin \frac{31\pi}{6} & \cos \frac{31\pi}{6} \end{bmatrix} \therefore A^{31} = \begin{bmatrix} \cos \frac{7\pi}{6} & -\sin \frac{7\pi}{6} \\ \sin \frac{7\pi}{6} & \cos \frac{7\pi}{6} \end{bmatrix}$$

$$A^{31} \times B = \begin{bmatrix} \cos \frac{7\pi}{6} & -\sin \frac{7\pi}{6} \\ \sin \frac{7\pi}{6} & \cos \frac{7\pi}{6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{4} \\ \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \therefore A^{31} \times B = \begin{bmatrix} -\sin \left(\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \right) \\ \cos \left(\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \right) \end{bmatrix} \therefore$$

$$A^{31} \times B = \begin{bmatrix} -\sin \left(\frac{11\pi}{12} \right) \\ \cos \left(\frac{11\pi}{12} \right) \end{bmatrix} \therefore A^{31} \times B = \begin{bmatrix} -\sin \left(\frac{\pi}{12} \right) \\ -\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) \end{bmatrix} \therefore A^{31} \times B = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3}-1) \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (1+\sqrt{3}) \end{bmatrix}$$

ITEM CORRETO: A



8^a QUESTÃO

Seja $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ um polinômio com coeficientes reais. Se todas as raízes de $p(x)$ são reais e, para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$p(2+x) = -p(2-x),$$

então o menor valor possível para $p(0)$ é

A () -10.

B () -8.

C () -6.

D () -4.

E () -2.

Assunto: Polinômios

Vamos tomar um polinômio auxiliar $Q(x)$ com $Q(x) = P(x+2)$. Com isso,

$$Q(x) = -Q(-x) \implies Q \text{ é ímpar}$$

Como o grau de Q é 3 e é mônico (P é mônico), então:

$$Q(x) = x^3 + \alpha x$$

A condição de que P tem raízes reais é equivalente à Q possuir raízes reais. Logo,

$$x^3 + \alpha x = x(x^2 + \alpha)$$

Assim, para ter raízes reais $\alpha \leq 0$. Desse modo:

$$P(x) = (x-2)^3 + \alpha(x-2) = x^3 - 6x^2 + (12 + \alpha)x - 2\alpha - 8 \implies P(0) = -2\alpha - 8$$

Como $\alpha \leq 0$, então o menor para $P(0)$ é -8.

Resposta: B

9^a QUESTÃO

Considere a reta $r : 3x + 4y = -15$ e a parábola $P : y = x^2 + x + 6$ com vértice V . Seja t a reta tangente a P , que tem coeficiente angular negativo e forma um ângulo de 45° com r . Sendo A o ponto de tangência de t a P e B o ponto de interseção de r e t , a área do triângulo ABV é

- A ()** $\frac{13}{500}$. **B ()** $\frac{25}{4}$. **C ()** $\frac{105}{8}$. **D ()** $\frac{147}{8}$. **E ()** $\frac{126}{5}$.

Assunto: Geometria analítica

Seja m o coeficiente da reta t e r o coeficiente da reta s , então podemos afirmar que

$$\tan(\theta) = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \therefore 1 = \left| \frac{-3/4 - m}{1 - (3/4) \cdot m} \right| \therefore$$

$$|-3/4 - m| = |1 - (3/4) \cdot m| \therefore$$

$$|-3 - 4m| = |4 - 3m|$$

De onde temos duas possibilidades

$$m = 1/7 \text{ e } m = -7$$

Então a reta t é dada por

$$y = -7x + n$$

Como a reta t é tangente a parábola, então a equação

$$-7x + n = x^2 + x + 6 \therefore x^2 + 8x + 6 - n = 0$$

Como a reta é tangente, então devemos ter

$$\Delta = 0 \therefore 64 - 24 + 4n = 0 \therefore n = -10$$

Assim, as retas r e t são definidas por

$$t : y = -7x - 10 \text{ e } r : 3x + 4y = -15$$

Ponto de interseção das retas r e t

$$\frac{-3x}{4} - \frac{15}{4} = -7x - 10 \therefore x = -1 \text{ e } y = -3$$

Então o ponto $B(-1, -3)$

Resolvendo o sistema formado pela reta t e pela parábola

$$\begin{cases} y = x^2 + x + 6 \\ y = -7x - 10 \end{cases} \therefore A(-4, 18)$$

Veja que a parábola de equação $P : y = x^2 + x + 6$, pode ser escrita como

$$y = x^2 + x + 6 \therefore y - \frac{23}{4} = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2$$

Portanto o vértice é $V(-1/2, 23/4)$

Assim a área do triângulo ABV é dado por

$$[ABV] = \frac{|D|}{2} \therefore [ABV] = \frac{147/4}{2} \therefore [ABV] = \frac{147}{8}$$

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 \\ -4 & 18 & 1 \\ -1/2 & 23/4 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{147}{4}$$

Resposta: D



10^a QUESTÃO

Sejam $x, y \in [0, \pi/2]$, satisfazendo o sistema de equações

$$\begin{cases} \tan(y) \tan\left(\frac{y}{2}\right) = \cos(2x) \sec(y), \\ \frac{\sin(y)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{\sin(y)} = 2. \end{cases}$$

O produto de todos os valores de x e y que resolvem esse sistema é

- A () $\frac{\pi^2}{24}$. B () $\frac{\pi^4}{324}$. C () $\frac{\pi^2}{50}$. D () $\frac{\pi^2}{16}$. E () $\frac{\pi^2}{18}$.



INSINA NO COLEGIO. EDUCAR NA VIDA.

Assunto: Trigonometria

Pelo enunciado:

$$\begin{cases} \tan(y) \tan(y/2) = \cos(2x) \sec(y) & (1) \\ \frac{\sin(y)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{\sin(y)} = 2 & (2) \end{cases}$$

Note que:

$$(2) \iff \sin^2(y) + \cos^2(x) = 2 \sin(y) \cos(x) \iff (\sin(y) - \cos(x))^2 = 0$$

Portanto, $\sin(y) = \cos(x) \implies x + y = \pi/2$.

Agora vamos analisar a primeira:

$$\tan(y) \tan(y/2) = \cos(\pi - 2y) \cdot \frac{1}{\cos(y)} \iff \sin(y) \tan(y/2) = -\cos(2y)$$

(Lembrando que $\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$). Continuando:

$$\begin{aligned} &\iff 2 \sin(y/2) \cos(y/2) \tan(y/2) = -(2 \cos^2(y) - 1) \iff 2 \sin^2(y/2) = 1 - 2 \cos^2(y) \\ &\iff 2 \sin^2(y/2) - 1 = -2 \cos^2(y) \iff -\cos(y) = -2 \cos^2(y) \iff \cos(y) = 1/2 \end{aligned}$$

Logo, $y = \pi/3 \implies x = \pi/6$. Desse modo, o produto é:

$$\pi/3 \cdot \pi/6 = \pi^2/18$$

Resposta: E



ITA 2026 – 1^a Fase

(Matemática, Física, Química e Inglês)

MATEMÁTICA



11^a QUESTÃO

Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. A quantidade de bijeções $F : A \rightarrow A$ que satisfazem $F(1) < F(5) < F(3)$ e $F(7) < F(2)$ é

- A () 3360. B () 4200. C () 5040. D () 5880. E () 6720.



Resolve

Assunto: Análise Combinatória

Note que a quantidade de funções bijetoras é $8!$ e dessas, queremos extrair as que satisfazem:

$$F(1) < F(5) < F(3) \quad \text{e} \quad F(7) < F(2)$$

Perceba que isso é a mesma coisa que exigir uma ordenação específica de $F(1), F(5)$ e $F(3)$ e como sabemos que existem $3!$ formas de permutar tais números então precisamos dividir o total por $3!$ (temos o raciocínio análogo para $F(2)$ e $F(7)$). Logo, o total vai ser:

$$\frac{8!}{3!2!} = 3360$$

Resposta: A

12^a QUESTÃO

Considere $m \in \mathbb{R}$ positivo. A sequência r_k é uma progressão geométrica crescente de termos positivos de razão q e termo inicial $r_1 = q$. As circunferências

$$C_k : (x - r_k)^2 + (y - mr_k)^2 = r_k^2$$

são duas a duas tangentes externamente, nessa ordem. A expressão de q em função de m é

- A ()** $\frac{\sqrt{m^2 + 1} + 1}{m}$. **C ()** $\frac{\sqrt{m^2 + 1} - 1}{m}$. **E ()** $\frac{m^2 + 1}{m}$.
B () $\left(\frac{\sqrt{m^2 + 1} + 1}{m}\right)^2$. **D ()** $\left(\frac{\sqrt{m^2 + 1} - 1}{m}\right)^2$.

Assunto: Geometria Analítica

Note que $r_1 = q$ e $r_k = r_1 \cdot q^{k-1} = q \cdot q^{k-1} = q^k$. Ficamos com

$$C_k : (x - q^k)^2 + (y - mq^k)^2 = q^{2k}.$$

Denote por $O_k = (q^k, mq^k)$ o centro de C_k . Para que C_k e C_{k+1} sejam tangentes externamente, devemos ter

$$\begin{aligned} \overline{O_k O_{k+1}} &= r_k + r_{k+1} \\ \therefore (q^{k+1} - q^k)^2 + (mq^{k+1} - mq^k)^2 &= (q^k + q^{k+1})^2 \\ \therefore q^{2k} \cdot [(q - 1)^2 + m^2(q - 1)^2] &= q^{2k}(q + 1)^2 \\ \therefore (1 + m^2)(q - 1)^2 &= (q + 1)^2 \end{aligned}$$

Simplificando a igualdade acima, obtemos

$$m^2 q^2 - 2(m^2 + 2)q + m^2 = 0.$$

Resolvendo a equação do segundo grau, obtemos

$$q = \frac{(m^2 + 2) \pm 2\sqrt{m^2 + 1}}{m^2}$$

Agora, como o produto das raízes é igual a 1 e $q > 1$, obtemos q como a maior das raízes acima, ou seja,

$$\begin{aligned} q &= \frac{(m^2 + 2) + 2\sqrt{m^2 + 1}}{m^2} = \frac{(m^2 + 1) + 2\sqrt{m^2 + 1} + 1}{m^2} \\ &= \left(\frac{\sqrt{m^2 + 1} + 1}{m}\right)^2. \end{aligned}$$

Resposta: B

13^a QUESTÃO

Em um microscópio eletrônico de varredura (MEV), um feixe de elétrons apresenta área transversal A , densidade de carga ρ e velocidade dos elétrons v . Sabendo que a corrente I do feixe é determinada pelo fluxo de carga através da seção reta e que C é uma constante adimensional, assinale a alternativa que representa a relação correta entre I , A , ρ e v .

A () $I = C\rho A^2 v$.

C () $I = C\rho A v^2$.

E () $I = C \frac{\rho A}{v}$.

B () $I = C\rho A v$.

D () $I = C \frac{\rho v}{A}$.

Assunto: Análise Dimensional

Usando o teorema de Briggmann, podemos escrever:

$$I = C \cdot \rho^x \cdot A^y \cdot v^z$$

As equações dimensionais são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\rho] = \frac{[Q]}{[Volume]} = \frac{I \cdot T}{L^3} = I \cdot T \cdot L^{-3} \\ [A] = L^2 \\ [v] = L \cdot T^{-1} \end{array} \right.$$

Logo:

$$[I] = [C] \cdot [\rho]^x \cdot [A]^y \cdot [v]^z$$

$$[I] = [\rho]^x \cdot [A]^y \cdot [v]^z$$

$$I = [I \cdot T \cdot L^{-3}]^x \cdot [L^2]^y \cdot [L \cdot T^{-1}]^z$$

$$L^0 \cdot T^0 \cdot I^1 = L^{-3x+2y+z} \cdot T^{x-z} \cdot I^x$$

Comparando-se os expoentes:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x - z = 0 \therefore x = z = 1 \\ -3x + 2y + z = 0 \therefore y = 1 \end{array} \right.$$

Portanto:

$$I = C \cdot \rho^1 \cdot A^1 \cdot v^1$$

Resposta: B



14^a QUESTÃO

Uma pequena esfera é abandonada do repouso a partir de uma altura H , em relação ao solo, e cai verticalmente em queda livre. No mesmo instante em que a esfera inicia seu movimento, um canhão, situado a uma distância horizontal D da trajetória da esfera e a uma altura h relativamente ao solo, dispara um projétil com velocidade v , formando um ângulo θ em relação à horizontal. As condições são tais que o projétil atinge a esfera exatamente no instante em que ela toca o solo. Desprezando a resistência do ar e assumindo que a aceleração gravitacional é igual a g , assinale a alternativa que corresponde à magnitude da velocidade de lançamento v .

A () $v = \sqrt{\frac{g}{2H} ((H-h)^2 + D^2)}$.

B () $v = \sqrt{\frac{g}{H} ((H-h)^2 + D^2)}$.

C () $v = \sqrt{\frac{g}{2H} ((H-h)^2 - D^2)}$.

D () $v = \sqrt{\frac{g}{H} ((H-h)^2 - D^2)}$.

E () $v = \sqrt{\frac{2g}{H} ((H-h)^2 + D^2)}$.



Assunto: Cinemática

O tempo de queda da esfera vale: $\sqrt{\frac{2H}{g}}$

Como os tempos são iguais:

Na horizontal:

$$D^2 \frac{g}{2H} = v_x^2$$

Na vertical, assumindo que v_{0y} é para cima:

$$h = -v_{0y} \sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{g}{2} \left(\frac{2H}{g} \right)$$

$$v_{0y}^2 = \frac{g}{2H} (H-h)^2$$

Assim, a velocidade inicial vale:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2H} ((H-h)^2 + D^2)}$$

Resposta: A

15^a QUESTÃO

Um objeto de massa $m = 1,00 \text{ kg}$ é lançado verticalmente para cima a partir do solo com velocidade inicial $v_0 = 30,0 \text{ m/s}$. A força de resistência do ar tem módulo constante $f_d = 2,00 \text{ N}$ durante toda a trajetória. Ao retornar ao nível do solo, ele colide com uma plataforma de massa desprezível, presa a uma mola ideal vertical de constante elástica $k = 800 \text{ N/m}$. Após o impacto, o sistema plataforma-massa desliza sobre apoios verticais, sofrendo uma força dissipativa total constante igual a 410 N . Assinale a alternativa que corresponde, respectivamente, à altura máxima atingida pelo objeto e ao valor que mais se aproxima da energia total dissipada até a mola atingir sua máxima compressão.

- A () 45,0 m; 180 J. C () 37,5 m; 150 J. E () 37,5 m; 765 J.
 B () 45,0 m; 376 J. D () 37,5 m; 355 J.

Assunto: Trabalho e Energia mecânica

Primeiro vamos encontrar a altura máxima do objeto

$$W_{\text{total}} = \Delta E_c$$

$$-mgh_{\text{máx}} - f_d h_{\text{máx}} = 0 - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$1.10.h_{\text{máx}} + 2h_{\text{máx}} = \frac{30^2}{2}$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{900}{24} = 37,5 \text{ m}$$

Vamos considerar, para a segunda pergunta, que a força do ar não atua mais no objeto quando ele colide com a plataforma.

Até ele volta para o mesmo nível do solo, a força do ar dissipou:

$$-2.(2h_{\text{máx}}) = -150 \text{ J}$$

Quando o objeto colide com a plataforma, a força de resistência menos o peso gera uma força constante para cima de 400 N . A deformação máxima ocorre quando o bloco para. Olhando para toda a trajetória

$$-150 - \frac{kx_m^2}{2} - 400x_m = 0 - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$-150 - 400x_m - 400x_m^2 = -450$$

$$4x_m^2 + 4x_m - 3 = 0$$

$$x_m = 0,5 \text{ m}$$

(descartando a raiz negativa). Então a dissipação de energia nesse trecho vale:

$$-410.0,5 = -205 \text{ J}$$

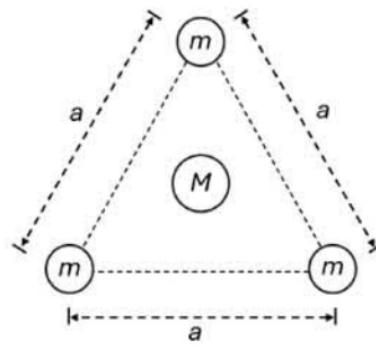
Logo o total será:

$$-205 - 150 = -355 \text{ J}$$

Resposta: D

16^a QUESTÃO

Três planetas de massas m idênticas orbitam, em trajetória circular, uma estrela de massa M . A posição relativa entre os planetas, a cada instante, forma um triângulo equilátero de lado a , conforme mostrado na figura. Sabendo que G é a constante da gravitação universal, podemos afirmar que o período dessa órbita é dado por



A () $T = \frac{2\pi a^{3/2} \sqrt{3}}{\sqrt{G(9M + 8m)}}$.

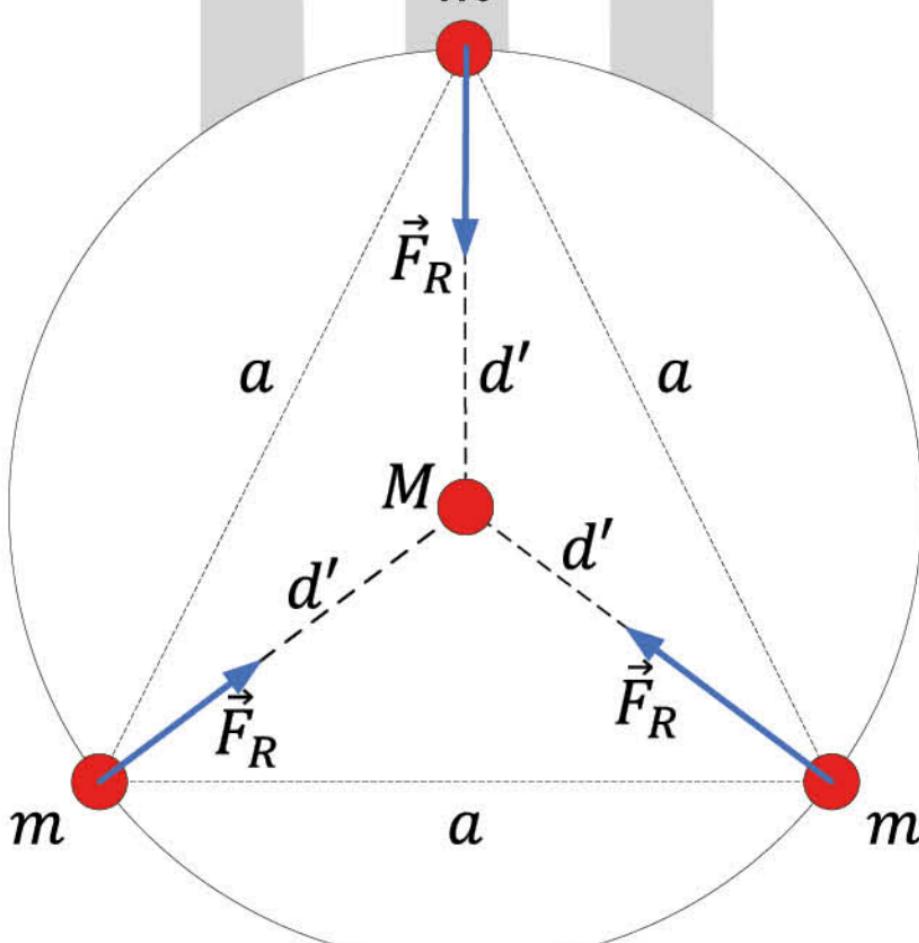
D () $T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{G(3M + m)}}$.

B () $T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{G(M + 3m)}}$.

E () $T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{G(9M + \sqrt{3}m)}}$.

C () $T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{3G(\sqrt{3}M + m)}}$.

Assunto: GRAVITAÇÃO UNIVERSAL



Dada a geometria do problema:

$$\cos(30^\circ) = \frac{a}{2d'} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$d' = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

A resultante das forças em uma das massas m é dada por:

$$F_R = 2 \left(\frac{G \cdot m^2}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{G \cdot m \cdot M}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2}$$

A resultante centrípeta sobre um dos corpos de massa m é dada por:

$$F_R = \frac{G \cdot m}{a^2} \cdot \sqrt{3} \cdot (m + \sqrt{3} \cdot M) = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{3}}$$

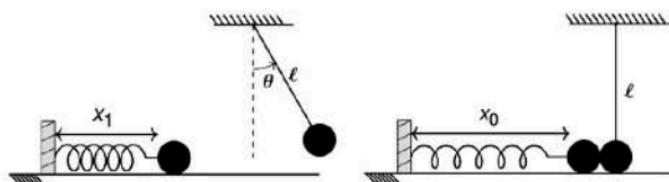
$$\frac{G}{a^3} \cdot 3 \cdot (m + \sqrt{3} \cdot M) = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$$

$$T = \frac{2\pi \cdot a^{3/2}}{\sqrt{3G \cdot (\sqrt{3} \cdot M + m)}}$$

Resposta: C

17^a QUESTÃO

Considere um pêndulo simples, com um fio ideal de comprimento ℓ sob ação da gravidade de aceleração g , e um sistema massa-mola na horizontal, com uma mola de comprimento natural x_0 e uma massa que desliza sobre uma superfície lisa, conforme a figura. Ambos os corpos, o do pêndulo e o do sistema massa-mola, possuem a mesma massa. No instante inicial, o pêndulo é solto do repouso a partir de um pequeno ângulo θ com a vertical, enquanto a massa do sistema massa-mola é solta também do repouso a partir de uma posição x_1 , em que a mola se encontra comprimida. As duas massas colidem quando a mola atinge seu comprimento natural e quando o pêndulo está na vertical. Nesse instante, elas possuem a mesma velocidade. Assinale a alternativa que corresponde a relação entre o ângulo θ , de lançamento do pêndulo, e os outros parâmetros físicos relevantes.



A () $\cos \theta = 1 - \frac{(x_1 - x_0)^2}{2\ell^2}$. C () $\cos \theta = 1 - \frac{(x_1 - x_0)^2}{\ell^2}$. E () $\cos \theta = 1 - \frac{\ell^2}{(x_1 - x_0)^2}$.

B () $\sin \theta = 1 - \frac{(x_1 - x_0)^2}{2\ell^2}$. D () $\sin \theta = 1 - \frac{2\ell^2}{(x_1 - x_0)^2}$.

Assunto: Colisões + MHS

Para que ocorra a colisão nos parâmetros indicados (na posição de equilíbrio do massa-mola e o pêndulo na vertical), devemos ter

$$\frac{T_{pênd}}{4} = \frac{T_{massa-mola}}{4} \rightarrow \boxed{\frac{g}{l} = \frac{k}{m}}$$

Onde g é a aceleração da gravidade, l o comprimento do fio, k a constante elástica da mola e m a massa das esferas.

Para que eles tenham a mesma velocidade, temos

$$\boxed{\frac{1}{2}k(x_0 - x_1)^2 = \frac{1}{2}mv^2 = mgl(1 - \cos \theta)}$$

Resolvendo o sistema

$$\frac{1}{2} \frac{k}{m} (x_0 - x_1)^2 = gl(1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1}{2} \frac{g}{l} (x_0 - x_1)^2 = gl(1 - \cos \theta)$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{(x_0 - x_1)^2}{2l^2} \Rightarrow$$

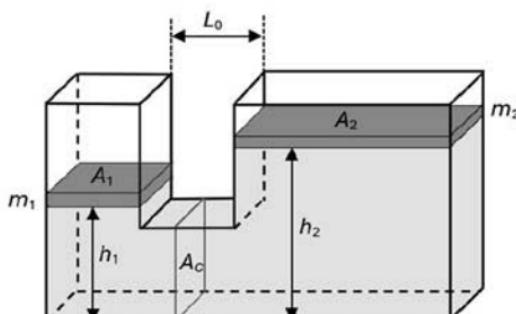
$$\boxed{\cos \theta = 1 - \frac{(x_1 - x_0)^2}{2l^2}}$$

Resposta: A

18^a QUESTÃO

Um vaso comunicante contém um volume $V_0 = 2,00 \text{ L}$ de água e possui duas colunas verticais conectadas por um tubo de conexão de comprimento $L_0 = 10,0 \text{ cm}$ e área de seção transversal $A_c = 100 \text{ cm}^2$, conforme a figura. Sobre cada uma das colunas verticais, colocam-se duas massas distintas: $m_1 = 200 \text{ g}$ sobre a coluna de área $A_1 = 100 \text{ cm}^2$ e $m_2 = 100 \text{ g}$ sobre a coluna de área $A_2 = 400 \text{ cm}^2$. Admita que o sistema atinge o equilíbrio estático, que a água é incompressível e despreze o atrito. Dado o exposto, assinale a alternativa que corresponde à altura da coluna de água sob a massa m_1 .

- A () 6,00 cm.
 B () 2,35 cm.
 C () 1,75 cm.
 D () 0,75 cm.
 E () 0,60 cm.



Assunto: Hidrostática

Pelo teorema de Stevin:

$$\rho g h_1 + \frac{m_1 g}{A_1} = \rho g h_2 + \frac{m_2 g}{A_2}$$

Da conservação do volume:

$$h_1 A_1 + L_0 A_c + h_2 A_2 = V_0$$

Substituindo os valores dados no S.I, chegamos na equação:

$$h_1 - h_2 = -0,0175 \text{ m}$$

$$h_1 + 4h_2 = 0,1 \text{ m}$$

Dessa forma chegamos:

$$h_1 = 0,6 \text{ cm}$$

Alternativa: (E)



19^a QUESTÃO

Em um escritório, trabalham 10 funcionários de segunda a sexta, em um regime de oito horas por dia. Diariamente o ar-condicionado é ligado para manter o local de trabalho a 17 °C, sendo que o ambiente externo está a uma temperatura de 37 °C. Considere que o ar-condicionado funcione com máxima eficiência e que ele age apenas para retirar o calor gerado pelas pessoas, que é de 100 W por funcionário. Sabendo que a tarifa da energia elétrica é de R\$ 0,91 por kWh, assinale o custo aproximado para usar o ar-condicionado durante 4 semanas.

- A () R\$ 8,00.
- B () R\$ 10,00.
- C () R\$ 14,00.
- D () R\$ 80,00.
- E () R\$ 170,00.

COLÉGIO
master *Resolve*
INSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Calorimetria

Sendo

- N = número de pessoas
- d = dias trabalhados por semana
- s = semanas trabalhadas
- P = potência requerida por pessoa
- i = preço de um kWh
- t = tempo total

O calor total é:

$$Q_T = N \cdot P \cdot t \rightarrow 10 \cdot 100 \text{ W} \cdot 8 \text{ h} \cdot 5 \cdot 4$$

$$Q_t = 160 \text{ kWh}$$

Da eficiência de um refrigerador ideal:

$$\eta = \frac{T_F}{T_Q - T_F} = \frac{290}{310 - 290} = 29/2$$

Assim a energia total gasta é:

$$\epsilon = \frac{Q_T}{\eta} = 160 \text{ kWh} \frac{2}{29} \approx 11,03$$

Multiplicando por i, temos que o dinheiro gasto(d) é:

$$11,03 \times 0,91 \approx R\$ 10$$

Resposta: B

20^a QUESTÃO

Um acidente marítimo causou um derramamento de óleo no mar. Na região, formou-se uma fina camada iridescente de óleo que flutua sobre a água calma do mar. Os índices de refração do óleo e da água são $3/2$ e $4/3$, respectivamente. Suponha que, à tarde, a luz solar incide com ângulo de 45° sobre a mancha de óleo e que um observador observa o reflexo do sol na camada de óleo com uma cor verde, com forte contribuição de comprimentos de onda em torno de 520 nm . Assinale a alternativa que contém o valor mais próximo da menor espessura da camada de óleo que permita a ocorrência do efeito descrito.

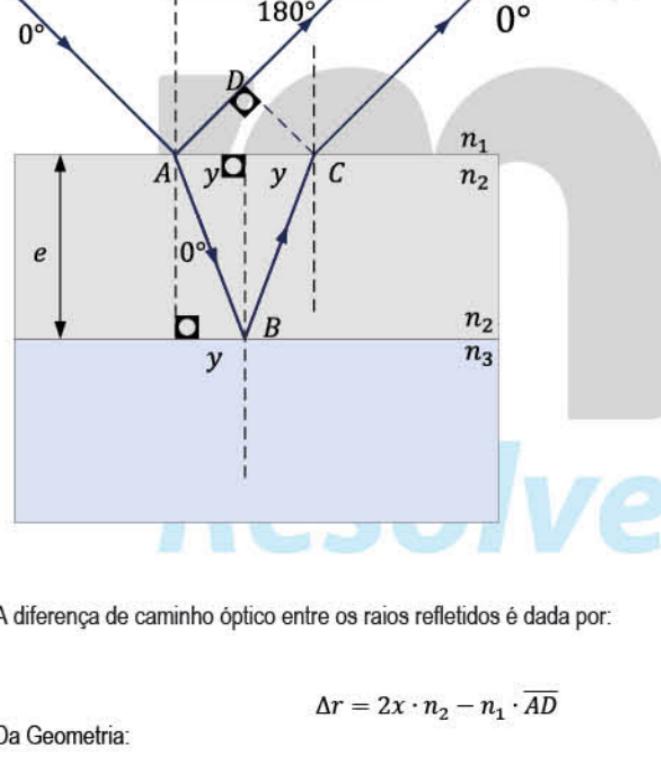
- A () 40 nm. C () 100 nm. E () 200 nm.
 B () 90 nm. D () 160 nm.

COLEGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: INTERFERÊNCIA LUMINOSA



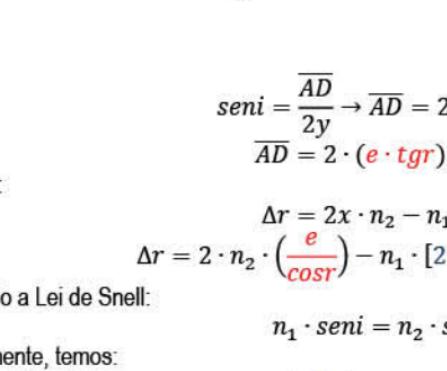
A diferença de caminho óptico entre os raios refletidos é dada por:

$$\Delta r = 2x \cdot n_2 - n_1 \cdot \overline{AD}$$

Da Geometria:

$$\begin{aligned} \text{tgr} &= \frac{y}{e} \rightarrow y = e \cdot \text{tgr} \\ \text{cosr} &= \frac{e}{x} \rightarrow x = \frac{e}{\text{cosr}} \end{aligned}$$

Note:



$$\begin{aligned} \text{seni} &= \frac{\overline{AD}}{2y} \rightarrow \overline{AD} = 2 \cdot y \cdot \text{seni} \\ \overline{AD} &= 2 \cdot (e \cdot \text{tgr}) \cdot \text{seni} \end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned} \Delta r &= 2x \cdot n_2 - n_1 \cdot \overline{AD} \\ \Delta r &= 2 \cdot n_2 \cdot \left(\frac{e}{\text{cosr}} \right) - n_1 \cdot [2 \cdot (e \cdot \text{tgr}) \cdot \text{seni}] \end{aligned}$$

Usando a Lei de Snell:

$$n_1 \cdot \text{seni} = n_2 \cdot \text{senr}$$

Finalmente, temos:

$$\begin{aligned} \Delta r &= 2 \cdot n_2 \cdot \left(\frac{e}{\text{cosr}} \right) - 2 \cdot (e \cdot \text{tgr}) \cdot n_2 \cdot \text{senr} \\ \Delta r &= \frac{2 \cdot n_2 \cdot e}{\text{cosr}} - 2 \cdot n_2 \cdot e \cdot \frac{\text{sen}^2 r}{\text{cosr}} = 2 \cdot n_2 \cdot e \cdot \frac{(1 - \text{sen}^2 r)}{\text{cosr}} \\ \Delta r &= 2 \cdot n_2 \cdot e \cdot \frac{(\text{cos}^2 r)}{\text{cosr}} \end{aligned}$$

Finalmente, encontramos que a diferença de caminho óptico para os raios refletidos é dada por:

$$\Delta r = 2 \cdot n_2 \cdot e \cdot \text{cosr}$$

Aplicando-se a lei de Snell, obtemos:

$$n_1 \cdot \text{sen}(45^\circ) = n_2 \cdot \text{sen}(r)$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2} \cdot \text{sen}(r)$$

$$\text{sen}(r) = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Usando a relação fundamental da trigonometria, obtemos:

$$\text{cosr} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Como os raios refletidos estão em oposição de fase, podemos escrever:

$$\Delta r = 2 \cdot n_2 \cdot e \cdot \text{cosr} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda_{AR}$$

A menor espessura ocorre quando, $m = 0$, assim:

$$2 \cdot n_2 \cdot e \cdot \text{cosr} = \left(0 + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda_{AR}$$

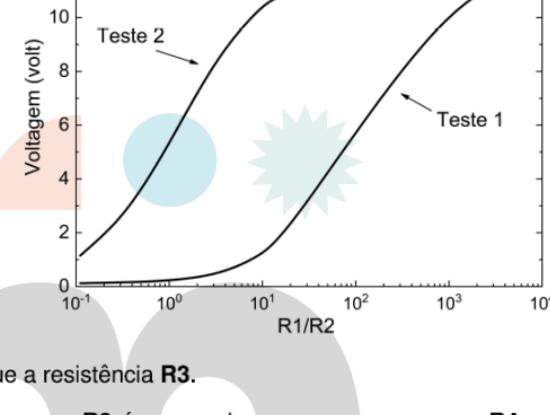
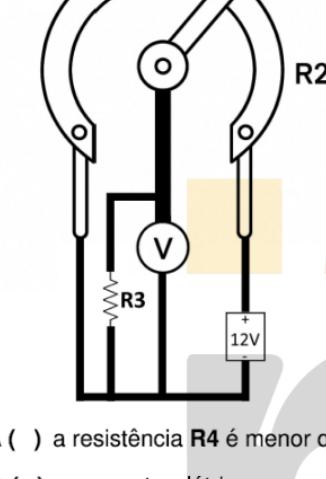
$$2 \cdot \frac{3}{2} \cdot e \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{520\text{ nm}}{2}$$

$$e = \frac{260\text{ nm}}{\sqrt{7}} \cong \frac{260\text{ nm}}{2,6} = 100\text{ nm}$$

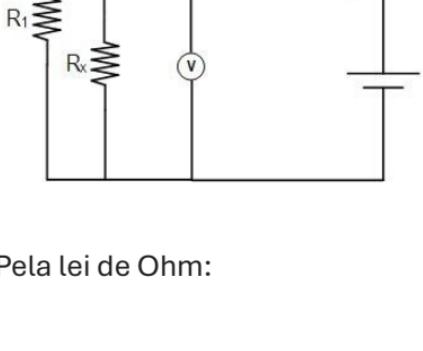
Resposta: C

21^a QUESTÃO

O circuito mostrado na figura é composto por um potenciômetro conectado a uma bateria de 12 V. Quando o cursor do potenciômetro é girado no sentido anti-horário, a resistência **R1** tende a zero, e **R2** atinge seu valor máximo; no sentido horário, ocorre o contrário. Um voltímetro ideal está conectado ao terminal central do potenciômetro, medindo a diferença de potencial entre esse ponto e o terminal negativo da bateria. Dois testes foram realizados nesse circuito. No Teste 1, uma resistência desconhecida **R3** foi conectada, e a voltagem indicada pelo voltímetro foi registrada à medida que o cursor do potenciômetro era girado no sentido horário. No Teste 2, uma outra resistência desconhecida **R4** substituiu a **R3**, e o procedimento foi repetido. O gráfico $V \times R1/R2$ mostra os resultados obtidos nos dois testes. Com base no que foi apresentado, é possível afirmar que



- A () a resistência **R4** é menor que a resistência **R3**.
- B () a corrente elétrica que passa por **R3** é menor do que a que passa por **R4**, para qualquer posição do cursor do potenciômetro.
- C () a curva correspondente ficaria mais próxima à curva do Teste 1 do que à curva do Teste 2, se **R3** e **R4** fossem retiradas do circuito (este ramo ficaria aberto).
- D () os valores da voltagem da curva $V \times R1/R3$ serão menores que os valores de voltagem da curva $V \times R1/R4$ para os mesmos valores de abscissa admissíveis em ambos os casos.
- E () a razão entre as tensões indicadas nos Testes 2 e Teste 1 permanece constante e é exatamente igual à razão **R4/R3**, para qualquer posição do cursor do potenciômetro.



Pela lei de Ohm:

$$12 - R_2 i - V = 0;$$

$$V = R_x i_1 = R_1 i_2$$

$$12 = V \left(\frac{R_2}{R_x} + \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \rightarrow V = \frac{12}{\frac{R_2}{R_x} + \frac{R_2}{R_1} + 1}$$

Pelo gráfico, temos $V_1 < V_2$

$$\frac{12}{\left(\frac{R_1}{R_3} + 1 \right) + 1} < \frac{12}{\left(\frac{R_1}{R_4} + 1 \right) + 1} \rightarrow \frac{R_1}{R_4} < \frac{R_1}{R_3} \rightarrow R_3 < R_4$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1} + 1}{\frac{R_2}{R_4} + \frac{R_2}{R_1} + 1} \rightarrow R_4 \neq R_3$$

22^a QUESTÃO

Considere um tubo cilíndrico condutor de raio R dividido em 3 regiões. Em cada região, há um conjunto de furos de raios distintos, a, b e c, igualmente espaçados. Um ímã é solto, partindo do repouso a partir do topo do cilindro, conforme apresentado na figura. Considere as seguintes afirmações:

- I. Se os raios a, b e c tendem a zero, a aceleração do ímã será a menor possível.
- II. Se os raios $a = c < b$, a aceleração do ímã em c será maior que em b.
- III. Se os raios $a = b > c$, e considerando o efeito Joule no material condutor, a temperatura local em c é maior que em a e b.
- IV. Se os raios $a = b = c$, com a região b agora composta por um material dielétrico ideal, a velocidade final do ímã, após passar por c, será maior do que seria caso todo o tubo fosse condutor.
- V. Se todo o tubo fosse composto de um material dielétrico ideal com raios $a > b > c$, a aceleração em b seria maior que em c.

Estão corretas apenas

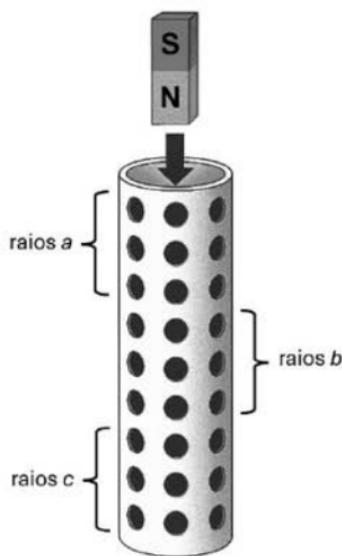
A () I, II e V.

C () III, IV e V.

E () I, III e IV.

B () II, III e IV.

D () I, II, III e IV.



Assunto: Indução eletromagnética

Vamos analisar em termos da força eletromotriz induzida no espaço e da corrente que ela pode gerar no material.

- I. Verdadeira. Teremos uma corrente maior, logo uma maior força magnética e menor aceleração.
- II. Falsa. Como o furo é maior em b, teremos menor corrente elétrica e menor força magnética, logo maior aceleração em b.
- III. Verdadeiro. Como o furo é menor, teremos mais corrente circulando nessa região, logo maior temperatura.
- IV. Verdadeiro. Na região com o dielétrico não teremos corrente induzida.
- V. Falso. A aceleração seria igual a g em todas as regiões.



23^a QUESTÃO

Uma das aplicações dos equipamentos de ultrassom na medicina é o auxílio no diagnóstico de doenças cardíacas. Com eles, é possível avaliar o fluxo sanguíneo que parte do coração e alcança artérias importantes do corpo. O aparelho opera em repouso, posicionado próximo a uma artéria específica, emitindo uma onda sonora de frequência f e velocidade v , que incide sobre o sangue da artéria. A onda incidente se propaga em sentido oposto ao fluxo de sangue, sendo refletida por ele e, posteriormente, captada pelo próprio equipamento. O dispositivo mede a diferença Δf entre a frequência registrada e a frequência de emissão. Considere que a artéria e o coração estão na mesma altura, que v_c é a velocidade do sangue no coração, que ρ é sua densidade e que a velocidade do sangue na artéria é muito menor que v . Assinale a alternativa que corresponde à expressão da variação da pressão sanguínea entre a artéria e o coração.

A () $\frac{1}{2}\rho \left[v_c^2 - \left(\frac{2v\Delta f}{f} \right)^2 \right]$.

B () $\rho \left[v_c^2 - \left(\frac{v\Delta f}{2f} \right)^2 \right]$.

C () $\frac{1}{2}\rho \left[v_c^2 - \left(\frac{v\Delta f}{2f} \right)^2 \right]$.

D () $\rho \left[2v_c^2 - \left(\frac{v\Delta f}{f} \right)^2 \right]$.

E () $\frac{1}{2}\rho \left[2v_c^2 - \left(\frac{v\Delta f}{2f} \right)^2 \right]$.

Assunto: Efeito Doppler + Hidrodinâmica

Da equação de Bernoulli, temos

$$P_a + \rho g h_a + \frac{1}{2} \rho V_a^2 = P_c + \rho g h_c + \frac{1}{2} \rho V_c^2$$

Como estão na mesma altura, temos

$$P_a + \frac{1}{2} \rho V_{art}^2 = P_c + \frac{1}{2} \rho V_c^2$$

$$P_a - P_c = \frac{1}{2} \rho (V_c^2 - V_a^2)$$

Para encontrar a velocidade da artéria, calculamos a frequência medida após a ida (f_{ida}) e a volta (f_{volta}) do sangue.

$$f_{ida} = f \cdot \frac{v + V_a}{v}$$

$$f_{volta} = f_{ida} \cdot \frac{v}{v - V_a} \Rightarrow f_{volta} = f \cdot \frac{v + V_a}{v - V_a}$$

$$\Delta f = f_{volta} - f$$

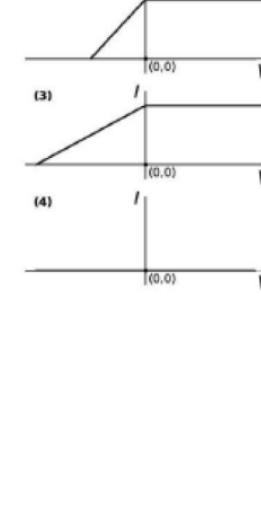
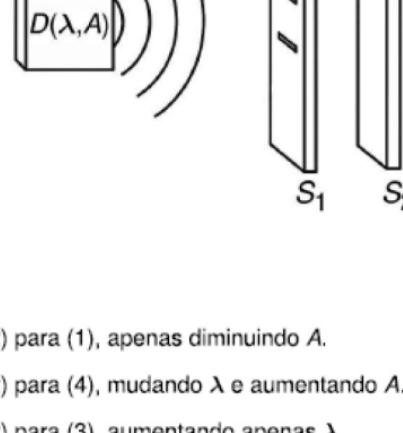
$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{2V_a}{v - V_a} \Rightarrow \boxed{V_a = \frac{\Delta f \cdot v}{2f + \Delta f} \cong \frac{\Delta f \cdot v}{2f}}$$

Substituindo na equação de Bernoulli, temos

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \left(V_c^2 - \left(\frac{\Delta f \cdot v}{f} \cdot \frac{v}{2} \right)^2 \right)$$

24^a QUESTÃO

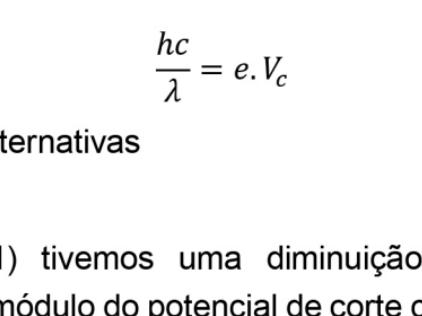
A figura a seguir ilustra um dispositivo $D(\lambda, A)$, que emite radiação eletromagnética monocromática de comprimento de onda λ e intensidade A e que chega a um anteparo opaco S_1 com duas fendas. A radiação é detectada por um dispositivo de medição M fixado em um segundo anteparo S_2 . Esse dispositivo M , ao ser submetido à radiação, gera uma resposta de corrente I em função da diferença de potencial V aplicada nos seus terminais. A figura também apresenta 4 gráficos $I \times V$, todos na mesma escala, obtidos a partir de medições com diferentes valores de λ e A . É falsa a afirmação de que é possível passar da situação



- A () (2) para (1), apenas diminuindo A .
B () (2) para (4), mudando λ e aumentando A .
C () (2) para (3), aumentando apenas λ .
D () (4) para (3), mudando apenas λ .
E () (3) para (1), aumentando λ e diminuindo A .

Assunto: Física moderna – Efeito fotoelétrico

Do efeito fotoelétrico sabemos que, para uma determinada frequência, a corrente de saturação (I_S) depende apenas da intensidade da radiação eletromagnética. Vale lembrar que a intensidade será proporcional à amplitude ao quadrado.



O potencial de corte vai depender apenas do comprimento de onda incidente.

$$\frac{hc}{\lambda} = e \cdot V_c$$

Analizando as alternativas

a) Verdadeiro.

De (2) para (1) tivemos uma diminuição da corrente de saturação, com módulo do potencial de corte constante. No caso em que mantivemos o comprimento de onda constante, isso ocorre devido uma diminuição da amplitude. Como presente na afirmação.

b) Verdadeiro.

Em (2) tínhamos corrente fotoelétrica e em (4) não há corrente fotoelétrica. Numa situação na qual diminuímos o comprimento de onda, temos um aumento no módulo do potencial de corte, chegando valores além dos testados.

c) Falso.

De (2) para (3) tivemos um aumento no módulo do potencial de corte. Aumentando λ (como proposto) deveríamos ter uma diminuição no módulo do potencial de corte, ao contrário do que foi apresentado no gráfico.

d) Verdadeiro.

Em (4) não há corrente fotoelétrica e em (3) temos corrente fotoelétrica. Numa situação na qual aumentamos o comprimento de onda, temos uma diminuição no módulo do potencial de corte, que antes (situação 4) estava além dos valores experimentados e agora (situação 3) está dentro dos valores experimentados.

e) Verdadeiro.

De (3) para (1) temos uma diminuição do módulo do potencial de corte e da corrente de saturação. Ambas mudanças estão condizentes com o aumento de λ e diminuição da A .

Como queremos a alternativa falsa, marcamos a alternativa **c**.



QUÍMICA

25^a QUESTÃO

Um grupo de pesquisadores está testando um novo catalisador heterogêneo para oxidação de um poluente orgânico. Na ausência de catalisador, a constante de velocidade é igual a $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ a 310 K, e a energia de ativação é $85 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. Na presença do catalisador, a constante de velocidade da reação a 310 K aumenta 10 vezes. Considerações: i) o fator pré-exponencial e a ordem de reação não se alteram com a adição do catalisador; e ii) a concentração inicial do poluente é de $0,200 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Assinale a alternativa que melhor representa, respectivamente, a energia de ativação e o tempo necessário para que a concentração do poluente caia para $0,050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ na presença do catalisador.

- A () $79 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; 69 s.
- B () $66 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; 69 s.
- C () $72 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; 75 s.
- D () $66 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; 75 s.
- E () $79 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; 75 s.

COLEGIO
master *Resolve*

INSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Cinética Química

i) Como K tem ordem s^{-1} , concluímos que é de primeira ordem

ii) Sabendo que: $\ln K = \ln A - \frac{Ea}{RT}$.

Com catalisador: $\ln K_{cat} = \ln A - \frac{Ea_{cat}}{RT}$

Sem catalisador: $\ln K_{sem\ cat} = \ln A - \frac{Ea_{sem\ cat}}{RT}$

$$\Rightarrow \ln K_{cat} - \ln K_{sem\ cat} = + \frac{(Ea_{sem\ cat} - Ea_{cat})}{RT}$$

$$\ln \left(\frac{K_{cat}}{K_{sem\ cat}} \right) = \frac{(Ea_{sem\ cat} - Ea_{cat})}{RT}$$

Sendo $K_{cat} = K_{sem\ cat} \cdot 10$:

$$\ln 10 = \frac{85 \cdot 10^3 - Ea_{cat}}{8,314 \cdot 310}$$

$$Ea_{cat} = 79 \text{ kJ mol}^{-1}$$

iii) $t = 2 \cdot t_{1/2} = 2 \cdot \frac{\ln 2}{K} = 2 \cdot \frac{\ln 2}{(2 \cdot 10^{-3}) \cdot 10}$

$$t = 69 \text{ s}$$

Resposta: A

26^a QUESTÃO

Considere as seguintes afirmações:

- I. A primeira energia de ionização do átomo de Nitrogênio é menor que a primeira energia de ionização do átomo de Oxigênio.
- II. O íon Rb^+ tem menor raio iônico que o Sr^{2+} .
- III. A molécula CH_2O apresenta geometria trigonal plana e é apolar.
- IV. A molécula PCl_5 apresenta geometria bipirâmide trigonal e é polar.

Das afirmativas acima, está(ão) CORRETA(S)

A () apenas I e II.

B () apenas II e III.

C () apenas I e IV.

D () apenas IV.

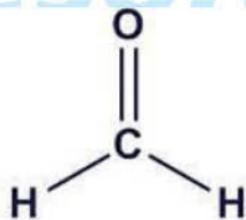
E () nenhuma.

Assunto: Química Geral

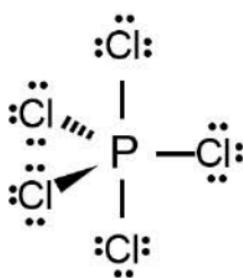
I. Falso. O Nitrogênio apresenta uma estabilidade adicional devido a configuração de semipreenchimento completo no subnível $2p^3$, o que ocasiona uma anomalia na energia de ionização, tornando a energia de ionização do nitrogênio(N) maior que a do oxigênio(O).

II. Falso. Rb^+ e Sr^{2+} são isoeletônicos, ambos possuem 36 elétrons. O maior número de prótons do Sr ($Z=38$) em relação ao Rb ($Z=37$), faz com que o raio do Sr^{2+} seja menor que o raio do Rb^+ .

III. Falso. O formaldeído (CH_2O) é trigonal planar, porém é polar pois apresenta momento de dipolo resultante diferente de zero.



IV. Falso. PCl_5 é bipirâmide trigonal, porém é apolar pois apresenta momento de dipolo resultante igual a zero.



Resposta: E



27^a QUESTÃO

Considere duas barras X e Y, com 200 g cada, compostas por materiais hipotéticos distintos. Com o objetivo de determinar o calor específico de cada material, foram realizados os dois experimentos isobáricos a seguir:

Experimento 1: As barras X e Y, inicialmente a 230 °C, foram colocadas simultaneamente em um mesmo recipiente isolado ($m = 500 \text{ g}$ e $C_p = 0,1 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$), que continha água ($m = 350 \text{ g}$ e $C_p = 1,0 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$), inicialmente a 25 °C.

Experimento 2: A barra X, inicialmente a 260 °C, e a barra Y, inicialmente a 185 °C, foram colocadas simultaneamente no mesmo recipiente isolado, que continha os mesmos 350 g de água, inicialmente a 25 °C.

Sabendo que, no início do experimento, a água e o recipiente se encontravam na mesma temperatura e que, em ambos os experimentos, o equilíbrio térmico foi atingido a 30 °C, assinale a alternativa que apresenta o calor específico (em $\text{cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$) dos materiais X e Y, respectivamente.

- A () 0,01 e 0,04. B () 0,02 e 0,03. C () 0,025 e 0,025.
D () 0,03 e 0,02. E () 0,04 e 0,01.

COLÉGIO
master *Resolve*
ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Termoquímica

$$m_x = m_y = 200 \text{ g} = m_0$$

$$\text{Exp 1: } \Sigma Q = 0$$

$$m_0 \cdot c_x \cdot \Delta T_1 + m_0 \cdot c_y \cdot \Delta T_1 + m \cdot c_p \cdot \Delta T_2 + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot \Delta T_2 = 0$$

$$200 \cdot c_x \cdot (30 - 230) + 200 \cdot c_y \cdot (30 - 230) + 500 \cdot 0,1 \cdot (30 - 25) \\ + 350 \cdot 1 \cdot (30 - 25) = 0 \\ c_x + c_y = 0,05$$

$$\text{Exp 2: } \Sigma Q = 0$$

$$200 \cdot c_x \cdot (30 - 260) + 200 \cdot c_y \cdot (30 - 185) + 500 \cdot 0,1 \cdot (30 - 25) \\ + 350 \cdot 1 \cdot (30 - 25) = 0 \\ 230c_x + 155c_y = 10$$

Resolvendo o sistema:

$$c_x + c_y = 0,05$$

$$230c_x + 155c_y = 10$$

$$c_x = 0,03 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$$

$$c_y = 0,02 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$$

Resposta: D

28^a QUESTÃO

Considere as seguintes afirmações relacionadas ao efeito estufa:

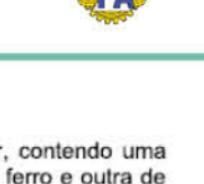
- I. O metano e o óxido nitroso, embora em menor quantidade na atmosfera, têm potencial de aquecimento muito maior que o CO₂.
- II. Sem o efeito estufa, a temperatura média da Terra seria de, aproximadamente, 25 °C.
- III. O aumento da temperatura da Terra provoca maior evaporação dos oceanos, intensificando o efeito estufa.
- IV. Ao serem expostos à radiação ultravioleta na atmosfera, os CFCs (clorofluorcarbonetos) liberam átomos de hidrogênio, já que a ligação entre os átomos de carbono e hidrogênio é mais fraca do que as ligações carbono-flúor e carbono-cloro.

Assinale a opção que contém as afirmações CORRETAS.

- A () Apenas I, II e III.
B () Apenas I e III.
C () Apenas I e IV.
D () Apenas II, III e IV.
E () Apenas II e IV.

Assunto: Química Ambiental

- I. Verdadeira. Isso é um fato conhecido
- II. Falsa. O efeito estufa é um fenômeno natural que mantém a temperatura da Terra aquecida suficientemente para que haja vida. Sem o efeito estufa a temperatura média da Terra estaria em valores negativos.
- III. Verdadeira. O aquecimento global aumenta as temperaturas da superfície dos oceanos o que leva a uma maior taxa de evaporação e o vapor d'água é um gás que potencializa o efeito estufa.
- IV. Falsa. Os clorofluorcarbonetos (CFCs) são compostos por cloro, flúor e carbono, sendo assim não podem liberar átomos de hidrogênio e nem possuem ligação entre carbono e hidrogênio.



29^a QUESTÃO

Considera-se uma célula galvânica constituída de um bêquer, contendo uma solução S aerada, na qual estão imersas duas barras metálicas, uma de ferro e outra de cobre. As barras são conectadas externamente por um condutor metálico.

Sobre essa célula galvânica, são feitas as seguintes afirmações:

- Quando S é uma solução aquosa a 1 mol·L⁻¹ em NaCl, o meio torna-se mais básico.
- Quando S é uma solução aquosa a 1 mol·L⁻¹ em CuSO₄, a massa da barra de cobre aumenta.
- Quando S é uma solução aquosa a 1 mol·L⁻¹ em HCl, há formação de bolhas de gás sobre a barra de cobre.
- Quando S é uma solução aquosa a 1 mol·L⁻¹ em HNO₃, a massa da barra de cobre diminui.

Dados de potenciais padrão de eletrodo eventualmente necessários:

Semirreação	E° (V)
$\text{Na}^+ + \text{e}^- \rightleftharpoons \text{Na}$	-2,71
$2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$	-0,83
$\text{Fe}^{2+} + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Fe}$	-0,44
$2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{H}_2$	0
$\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Cu}$	0,34
$\text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e}^- \rightleftharpoons 4\text{OH}^-$	0,40
$\text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e}^- \rightleftharpoons \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,80
$\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}$	1,23
$\text{Cl}_2 + 2\text{e}^- \rightleftharpoons 2\text{Cl}^-$	1,36

Com base nas informações do enunciado, está(ão) CORRETA(S) apenas:

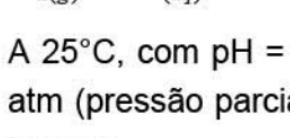
- A () I. B () I, II e IV. C () II e III. D () III e IV. E () todas.**

Assunto: Eletroquímica

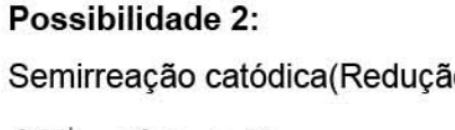
ESSA QUESTÃO SE MOSTRA EXTREMAMENTE PROBLEMÁTICA!!!! FAREMOS UMA ANÁLISE CONSIDERANDO QUE APENAS AS REAÇÕES TERMODINAMICAMENTE MAIS ESTÁVEIS OCORREM.

- I. Correta.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

Semirreação anódica(Oxidação):



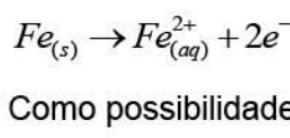
Semirreação catódica(Redução):



Conforme a reação catódica, tem-se que o meio se torna básico.

- II. Falso.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

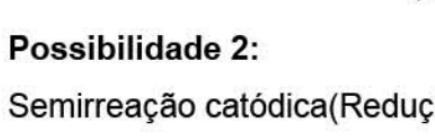
Semirreação anódica(Oxidação):



Como possibilidade de reações catódica, tem-se:

Possibilidade 1:

Semirreação catódica(Redução):

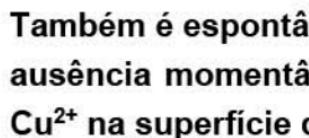


A 25°C, considerando a solução essencialmente neutra e pressão do O₂ igual a 0,2 atm (pressão parcial do O₂ no ar atmosférico ao nível do mar), tem-se:

$$E_{\text{RED}} = 0,40 - \frac{0,06}{4} \log \frac{10^{-7}}{0,2 \cdot (1)^4} = 0,81 \text{ V}$$

Possibilidade 2:

Semirreação catódica(Redução):



Uma vez que esse par redox está nas condições-padrão, tem-se:

$$E_{\text{RED}} = E_{\text{RED}(\text{H}^+/\text{H}_2)}^0 = 0,00 \text{ V}$$

Pelo exposto, a possibilidade 1 para reação catódica tem maior tendência termodinâmica de ocorrer, logo não há aumento da massa da barra de cobre.

- III. Falso.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

Semirreação anódica(Oxidação):

Como possibilidade de reações catódica, tem-se:

Possibilidade 1:

Semirreação catódica(Redução):

A 25°C, com pH = 0 para solução e pressão do O₂ igual a 0,2 atm (pressão parcial do O₂ no ar atmosférico ao nível do mar), tem-se:

$$E_{\text{RED}} = 1,23 - \frac{0,06}{4} \log \frac{1}{0,2 \cdot (1)^4} = 1,22 \text{ V}$$

Possibilidade 2:

Semirreação catódica(Redução):

Uma vez que esse par redox está nas condições-padrão, tem-se:

$$E_{\text{RED}} = E_{\text{RED}(\text{H}^+/\text{H}_2)}^0 = 0,00 \text{ V}$$

Pelo exposto, a possibilidade 1 para reação catódica tem maior tendência termodinâmica de ocorrer, logo não há formação de gás H₂ no eletrodo de cobre.

- IV. Falso.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

Semirreação anódica(Oxidação):

Como possibilidade de reações catódica, tem-se:

Possibilidade 1:

Semirreação catódica(Redução):

A 25°C, com pH = 0 para solução e pressão do O₂ igual a 0,2 atm (pressão parcial do O₂ no ar atmosférico ao nível do mar), tem-se:

$$E_{\text{RED}} = 1,23 - \frac{0,06}{4} \log \frac{1}{0,2 \cdot (1)^4} = 1,22 \text{ V}$$

Possibilidade 2:

Semirreação catódica(Redução):

Uma vez que esse par redox está nas condições-padrão, tem-se:

$$E_{\text{RED}} = E_{\text{RED}(\text{H}^+/\text{H}_2)}^0 = 0,00 \text{ V}$$

Pelo exposto, a possibilidade 1 para reação catódica tem maior tendência termodinâmica de ocorrer, logo não há formação de gás H₂ no eletrodo de cobre.

- IV. Falso.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

Semirreação anódica(Oxidação):

Como possibilidade de reações catódica, tem-se:

Possibilidade 1:

Semirreação catódica(Redução):

A 25°C, com pH = 0 para solução e pressão do O₂ igual a 0,2 atm (pressão parcial do O₂ no ar atmosférico ao nível do mar), tem-se:

$$E_{\text{RED}} = 1,23 - \frac{0,06}{4} \log \frac{1}{0,2 \cdot (1)^4} = 1,22 \text{ V}$$

Possibilidade 2:

Semirreação catódica(Redução):

Uma vez que esse par redox está nas condições-padrão, tem-se:

$$E_{\text{RED}} = E_{\text{RED}(\text{H}^+/\text{H}_2)}^0 = 0,00 \text{ V}$$

Pelo exposto, a possibilidade 1 para reação catódica tem maior tendência termodinâmica de ocorrer, logo não há formação de gás H₂ no eletrodo de cobre.

- IV. Falso.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

Semirreação anódica(Oxidação):

Como possibilidade de reações catódica, tem-se:

Possibilidade 1:

Semirreação catódica(Redução):

A 25°C, com pH = 0 para solução e pressão do O₂ igual a 0,2 atm (pressão parcial do O₂ no ar atmosférico ao nível do mar), tem-se:

$$E_{\text{RED}} = 1,23 - \frac{0,06}{4} \log \frac{1}{0,2 \cdot (1)^4} = 1,22 \text{ V}$$

Possibilidade 2:

Semirreação catódica(Redução):

Uma vez que esse par redox está nas condições-padrão, tem-se:

$$E_{\text{RED}} = E_{\text{RED}(\text{H}^+/\text{H}_2)}^0 = 0,00 \text{ V}$$

Pelo exposto, a possibilidade 1 para reação catódica tem maior tendência termodinâmica de ocorrer, logo não há formação de gás H₂ no eletrodo de cobre.

- IV. Falso.** Nessa pilha, pode-se representar as seguintes semirreações:

Semirreação anódica(Oxidação):

Como possibilidade de reações catódica, tem-se:

Possibilidade 1:

Semirreação catódica(Redução):

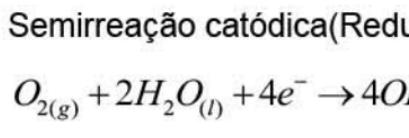
A 25°C, com pH = 0 para solução e pressão do O₂ igual a 0,2 atm (pressão parcial do O₂ no ar atmosférico ao nível do mar), tem-se:

$$E_{\text{RED}} = 1,23 - \frac{0,06}{4} \log \frac{1}{0,2 \cdot (1)^4} = 1,22 \text{ V}$$

Resposta: A

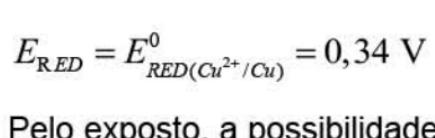
ALGUNS PROBLEMAS QUE PODEM INDUZIR OS ESTUDANTES AO ERRO.

1) Na célula galvânica II, uma vez que que a reação:



Também é espontânea. Devido a questões difusivas, com ausência momentânea de O₂ nos eletrodos e presença do Cu²⁺ na superfície dos eletrodos, essa reação pode ocorrer.

2) A mesma argumentação do item anterior, permite a possibilidade de ocorrência da reação, a seguir, na célula galvânica III.



3) A priori, o ferro protege, devido ao contato elétrico, o cobre da corrosão pelo ácido nítrico na célula galvânica IV, porém se o ferro for totalmente consumido, em um longo período de tempo, o cobre passará a ser consumido.

Pelos problemas expostos, considera-se prudente a análise da questão.



30^a QUESTÃO

Uma dada solução aquosa a 100 °C apresenta o equilíbrio químico $A(aq) \rightleftharpoons B(aq)$. A quantidade inicial de $A(aq)$ corresponde a 1,0 mol, e a constante de equilíbrio dessa reação é igual a 1,0. A essa solução é fornecida uma quantidade de energia igual a 540 cal por segundo, e a quantidade inicial de água na solução é igual a 1000 g.

Considerações: i) o volume das substâncias A e B é desprezível em relação ao volume da solução; ii) o equilíbrio é atingido muito rapidamente; iii) as substâncias A e B não são voláteis; e iv) toda a energia é utilizada para ebulição do solvente.

Assinale a alternativa que melhor representa o tempo gasto, em segundos, para que a temperatura da solução aumente em 1,04 °C.

Dados:

$$K(\text{ebulioscópica}) \text{ da água} = 0,52 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta H_{\text{ebulição}}(\text{H}_2\text{O}) = 540 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$$

- A () 400.
- B () 500.
- C () 600.
- D () 700.
- E () 800.

Assunto: Propriedades Coligativas.

Como a reação $A \rightleftharpoons B$ tem $\Delta n = 0$ o número de mols de soluto (A e B) é constante em toda extensão até o equilíbrio.

$$\Delta T_{eb} = k_{eb} \cdot w_1$$

Para o $\Delta T_{eb} = 1,04 \text{ } ^\circ\text{C}$ temos que calcular qual a concentração dos solutos nesse ponto,

$$1,04 = 0,52 \cdot w_1 \therefore w_1 = 2 \text{ mol/Kg}$$

Logo, como a concentração inicial é 1 mol/Kg e soluto é não volátil chegamos a conclusão que 500 g de H₂O evapora da solução.

$$Q = 500 \cdot 540 = 270000 \text{ cal}$$

e como são 540 cal/s o tempo necessário para chegar em 270000 cal.

$$540 = \frac{270000}{t} \therefore t = 500 \text{ s}$$

RESPOSTA: B



31^a QUESTÃO

Considere que a reação $A \rightarrow 3B$ é um processo elementar que ocorre em meio aquoso. As substâncias A e B não são voláteis. No início da reação, 1 mol de A está dissolvido em 90 g de água. Após 20 horas, a pressão de vapor da solução é igual a 16 mmHg. Considerações: i) temperatura de 25 °C durante a reação; e ii) pressão de vapor da água pura a 25 °C igual a 24 mmHg.

Assinale a alternativa que apresenta a pressão de vapor da solução após 30 horas.

- A () 11,54 mmHg.
B () 12,07 mmHg.
C () 13,20 mmHg.
D () 14,05 mmHg.
E () 15,48 mmHg.

Assunto: Cinética e Coligativas.

i) Como $A \rightarrow 3B$ é elementar podemos concluir que $v_{dir} = k[A]^1$.

ii) $P_{sol} = P_{H_2O}^0 \cdot x_{H_2O}$

$$n_{H_2O} = \frac{90}{18} = 5 \text{ mol}$$

Em $t=0$: $P_{sol} = 24 \cdot \frac{5}{6} = 20 \text{ mmHg}$

Em $t=20\text{h}$: $P_{sol} = 16 = 24 \cdot x_{H_2O} \therefore x_{H_2O} = \frac{2}{3} \Rightarrow n_A + n_B = 2,5$

iii)

A	\rightarrow	3B
Início: 1,0		0
Reação: $-x$		+3x
Eq.: 1-x		3x

$$(1-x) + 3x = 2,5 \Rightarrow 1 + 2x = 2,5 \therefore x = 0,75 \text{ mol}$$

Para A nós temos:

$$\ln \frac{a_0}{a_t} = k \cdot t \Rightarrow \ln \frac{1}{1-0,75} = k \cdot 20 \therefore k = 0,069 \text{ h}^{-1}$$

Em $t=30\text{h}$

$$\ln \frac{a_0}{a_t} = k \cdot t \Rightarrow \ln \frac{1}{n_{At}} = 0,069 \cdot 30 \therefore n_A = 0,125 \text{ mol}$$

Para B,

$$(1-x) = n_A = 0,125 \therefore x = 0,875 \text{ mol}$$

$$n_B = 3x = 2,625 \text{ mol}$$

v) Por fim, calcularemos a pressão de vapor em 30h.

$$P_{sol} = P_{H_2O}^0 \cdot x_{H_2O} = 24 \cdot \frac{5}{5 + 2,625 + 0,125} = 15,48 \text{ mmHg}$$

Resposta: E



32^a QUESTÃO

São feitas as seguintes afirmações sobre séries orgânicas:

- O subconjunto de moléculas $\{\text{CH}_4, \text{C}_2\text{H}_6, \text{C}_3\text{H}_8, \text{CH}_3\text{OH}, \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}, \text{C}_3\text{H}_7\text{OH}\}$ pode ser dividido em três subconjuntos que representam três séries homólogas distintas.
- As propriedades químicas das substâncias em uma dada série isóloga são próximas entre si.
- As substâncias em uma dada série heteróloga são constituídas por diferentes números de carbono em suas cadeias.

Das afirmativas acima, está(ão) CORRETA(S)

- A () nenhuma.
B () apenas I.
C () apenas I e III.
D () apenas II.
E () apenas II e III.

COLEGIO
master *Resolve*
INSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Séries Orgânicas

- I. Falso, há possibilidade de formação de vários subconjuntos, porém, há apenas suas séries homólogas distintas, são elas:

$$G1 = \{\text{CH}_4, \text{C}_2\text{H}_6, \text{C}_3\text{H}_8\} ; G2 = \{\text{CH}_3\text{OH}, \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} \text{ e } \text{C}_3\text{H}_7\text{OH}\} ;$$

- II. Falsa, etano, eteno e etino formam uma série isóloga, e apresentam reatividades muito diferentes, como reações de adição e oxidação (alcenos e alcinos são muito mais reativos).

- III. Falsa, séries heterólogas apresentam o mesmo número de carbonos.

Resposta: A

33^a QUESTÃO

Considere as seguintes afirmações sobre a constituição e propriedade da matéria:

- I. O modelo atômico de Rutherford evidenciou a existência do núcleo atômico carregado densamente por partículas positivas, tendo os elétrons dispostos em torno dele. A partir desse modelo, os elementos químicos passaram a ser diferenciados pelo número de elétrons que ocupam a região conhecida como eletrosfera.
- II. O experimento dos raios catódicos permitiu calcular a relação entre a carga elétrica e a massa de um próton. Isso possibilitou, posteriormente, a determinação experimental da massa do elétron.
- III. O cobre (Cu) possui dois isótopos estáveis: Cu63 (69,09%) e Cu65 (30,91%), com massas atômicas iguais a 62,93 u e 64,93 u, respectivamente. Com base nessas informações, a massa atômica média do cobre é de aproximadamente 63,55 u.
- IV. Foram realizadas análises químicas de duas amostras de hidrocarbonetos. A amostra 1 contém 2,65 g de carbono e 0,665 g de hidrogênio. A amostra 2 contém 4,56 g de carbono e 0,383 g de hidrogênio. Os resultados de massa obtidos estão de acordo com a lei de proporções múltiplas, e as amostras 1 e 2 poderiam ser o etano e o eteno, respectivamente.

Assinale a opção que contém as afirmações ERRADAS.

- A () Apenas I e II.
B () Apenas I, II e IV.
C () Apenas I, III e IV.
D () Apenas II e III.
E () Apenas III e IV.

Assunto: Modelos Atômicos

I. (F), o modelo atômico de Rutherford realmente evidenciou a existência do núcleo carregados de cargas positivas e os elétrons dispostos ao redor dele, mas os elementos químicos não passaram a ser reconhecidos pelo número de elétrons e sim pelo número de prótons, cargas positivas no núcleo.

II. (F), o experimento dos raios catódicos, realizado por Thomson, determinou a relação entre a carga e a massa do elétron e não de um próton.

III. (V), é necessário calcular a massa atômica média:

$$MA_{\text{média}} = \frac{(62,93 \cdot 69,09) + (64,93 \cdot 30,91)}{100}$$

$$MA_{\text{média}} = \frac{4,347,83 + 2,006,98}{100}$$

$$MA_{\text{média}} = \frac{6,354,81}{100}$$

$$MA_{\text{média}} = 63,55u$$

IV. (F), precisamos determinar a fórmula mínima de cada amostra.

Amostra 1:

$$C = \frac{2,65}{12} = 0,22 \text{ mol}$$

$$H = \frac{0,665}{1} = 0,665 \text{ mol}$$

Dividindo pelo menor valor:

$$C = \frac{0,22}{0,22} = 1 \text{ mol}$$

$$H = \frac{0,665}{0,22} = 3 \text{ mol}$$

Fórmula mínima = CH₃, a amostra 1 pode ser o etano, C₂H₆

Amostra 2

$$C = \frac{4,56}{12} = 0,38 \text{ mol}$$

$$H = \frac{0,383}{1} = 0,383 \text{ mol}$$

Dividindo pelo menor valor:

$$C = \frac{0,38}{0,38} = 1 \text{ mol}$$

$$H = \frac{0,383}{0,38} = 1 \text{ mol}$$

Fórmula mínima = CH, a amostra 2 não pode ser o eteno, C₂H₄

Resposta: B



34^a QUESTÃO

A reação abaixo, entre haloalcanos e um nucleófilo (Nu), depende de fatores como a estrutura dos grupos ligados ao carbono sp^3 do haloalcano, as características do solvente, a estabilidade do haloetano no solvente, entre outros. Considerando essa reação, avalie as afirmações a seguir.



- Comparando dois possíveis haloalcanos para essa reação, o $(CH_3)_2H_2C-I$ é mais suscetível a formar um carbocátion do tipo $R_1R_2R_3C^+$ do que o $(C_3H_7)_3C-I$.
- Entre haloalcanos do tipo $(CH_3)_3C-X$, a tendência de se formar um carbocátion do tipo $(CH_3)_3C^+$ em um solvente polar aumenta na ordem $(CH_3)_3C-F > (CH_3)_3C-Cl > (CH_3)_3C-Br > (CH_3)_3C-I$.
- O carbocátion $(C_3H_7)_3C^+$, formado a partir do haloalcano, é suscetível ao ataque de nucleófilo, resultando em enantiômero puro como produto da reação.

Das afirmativas acima, está(ão) CORRETA(S)

- A () nenhuma.
B () apenas I e II.
C () apenas I e III.
D () apenas II e III.
E () todas.

Assunto: Reações de Substituição.

- Falso, carbocátions terciários são mais estáveis que os secundários.
- Falso, o comprimento de ligação C-I é o maior resultando na ligação com menor força e, consequentemente, no carbocátion mais fácil a ser formado.
- Falso, devido a planaridade do carbocátion, a formação de um enantiômero puro é inviável.

Resposta: A

35^a QUESTÃO

O polietileno tereftalato (PET), um polímero termoplástico, é formado pela polymerização por condensação entre o ácido tereftálico ($C_8H_6O_4$) e o etilenoglicol ($C_2H_6O_2$). A densidade do PET é $1,38 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, e um fio de PET tem massa molar média de $38.400 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Em uma reação, 332 g de ácido tereftálico reagem completamente com excesso de etilenoglicol, com rendimento de 100%. Assinale a alternativa que melhor apresenta a massa molar da unidade repetitiva do PET (em $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$), a massa teórica de PET produzida (em g), o volume do PET produzido (em cm^3) e o número médio de unidades repetitivas por cadeia polimérica, respectivamente.

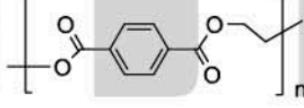
- A () $192,17 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $384,34 \text{ g}$; $278,51 \text{ cm}^3$; 200 unidades.
 B () $210,19 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $400,00 \text{ g}$; $290,00 \text{ cm}^3$; 182 unidades.
 C () $192,17 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $432,17 \text{ g}$; $313,17 \text{ cm}^3$; 250 unidades.
 D () $166,14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $384,34 \text{ g}$; $250,00 \text{ cm}^3$; 231 unidades.
 E () $192,17 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $384,34 \text{ g}$; $300,00 \text{ cm}^3$; 220 unidades.

Assunto: Polímeros e Estequiometria

A reação de produção do polietilenotereftalato está representada abaixo, onde há



Analizando a unidade repetitiva,



Sua fórmula molecular é $C_{10}H_8O_4$ então, $MM = 192 \text{ g/mol}$

Por estequiometria, temos:

$$\frac{n_{\text{ácido}}}{n_{\text{PET}}} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{m_{\text{ácido}}}{166} = n \cdot \frac{m_{\text{PET}}}{192n} \therefore m_{\text{PET}} = \frac{192}{166} \cdot 332 = 384 \text{ g}$$

Pela densidade,

$$V = \frac{384}{1,38} = 278 \text{ cm}^3$$

E a quantidade de unidade é dada por,

$$n = \frac{MM_{\text{composto}}}{MM_{\text{unidade repetitiva}}} = \frac{38400}{192} = 200 \text{ unidades}$$

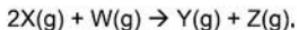
As respostas seriam aproximadamente,

192,17 g · mol⁻¹; 384,34 g; 278,51 cm³; 200 unidades

RESPOSTA: A

36^a QUESTÃO

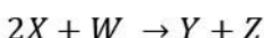
Considere a seguinte reação química hipotética, que ocorre em fase gasosa:



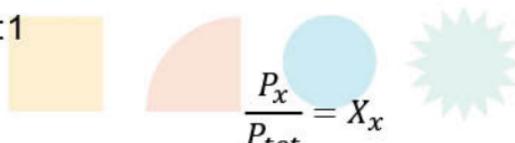
Um reator de volume fixo e temperatura constante foi alimentado com 36 atm de uma mistura gasosa composta de X, W e uma substância inerte I, na proporção molar X:W:I igual a 3:2:1. Assinale a alternativa que apresenta a pressão interna no reator (em atm) quando 75% do reagente W forem consumidos.

- A () 18. B () 24. C () 27. D () 30. E () 33.

Assunto: Estequioimetria



$$X:W:I = 3:2:1$$



$$X_x = \frac{3}{3 + 2 + 1} = \frac{P_x}{P_{tot}}$$

$$P_x = 18 \text{ mmHg}$$

$$\text{Logo, } P_w = 12 \text{ mmHg e } P_i = 6 \text{ mmHg}$$

Podemos escrever ($\alpha = 0,75$): $P_{W \text{ (consumido)}} = 0,75 \cdot 12 = 9$

$2X + W + I \rightarrow Y + Z + I$						
Início	18	12	6			6
Δ	-18	-9		+9	+9	
Final	0	3	6	9	9	6

$$\text{No final: } P_{tot} = 3 + 6 + 9 + 9 = 22$$

$$P_{tot} = 27 \text{ mmHg}$$

Resposta: C

37^a QUESTÃO

The sentence which describes an idea which is NOT in the text is

- A () the inevitability of progress in human knowledge stems from humanity's ability to retain and build upon past learning.
- B () the preservation of knowledge through books and other media ensures the continuity of intellectual progress across generations.
- C () many writings on human progress overly romanticize the idea that humanity is constantly improving in all aspects.
- D () human knowledge inconsistently advances through accumulated experience and preserved collective memory.
- E () individual and humanity progress heighten as experience and knowledge are accumulated.

Assunto: Interpretação de Texto

Veja a tradução do item D:

"O conhecimento humano avança INCONSTANTEMENTE por meio da experiência acumulada e da memória coletiva preservada."

O texto não cita inconsistentemente. Na verdade, afirma que o conhecimento humano é o único fator que tem um crescimento contínuo.

Resposta: D



38^a QUESTÃO

Os termos abaixo, retirados do primeiro parágrafo, exercem no texto as funções indicadas após a seta, **EXCETO** em

- A () dealing → função adjetiva.
- B () writings → função substantiva.
- C () during → função adjetiva.
- D () comforting → função adjetiva.
- E () growing → função verbal.

Assunto: Função Sintática

A questão pede que seja marcada a alternativa que traz a função sintática incorreta dos vocábulos destacados no primeiro parágrafo do texto. O vocábulo during (durante) exerce a função de preposição para introduzir um complemento temporal (19th century – século 19), e não função adjetiva como estabelece o item C.

Resposta: C



39^a QUESTÃO

Na passagem “Here, it is possible to argue cogently that progress is in the nature of things.”, a palavra **COGENTLY** pode ser melhor traduzida por

- A () urgentemente.
- B () indiscutivelmente.
- C () persuasivamente.
- D () indubitavelmente.
- E () concomitantemente.

Assunto: Tradução

A questão pede a tradução da palavra *cogently*, que significa convincentemente ou persuasivamente, o que encontra resposta na alternativa C.

Resposta: C



40^a QUESTÃO

De acordo com as informações do texto, é **CORRETO** afirmar que

- A () a redução do tempo dedicado à leitura de fruição tem efeitos negativos na socialização entre os jovens.
- B () o incremento da tecnologia suscita a preocupação de especialistas em relação à aprendizagem dos jovens.
- C () a popularização das redes sociais bloqueia o lançamento de obras clássicas juvenis, como Harry Potter.
- D () a adaptação de obras de sucesso para as telas desencadeia o interesse dos jovens pela leitura dos originais.
- E () a alta demanda de lições de casa constitui a principal causa do desinteresse dos jovens pelos livros.

Assunto: Interpretação de Texto

O texto destaca o declínio do gosto dos adolescentes pela leitura por conta de alternativas mais ágeis e dinâmicas em função da tecnologia avançada de que dispomos nos dias de hoje. Com base nas informações do texto, o aumento da tecnologia tem criado nos especialistas uma preocupação no que se refere à aprendizagem geral dos jovens, como pode ser observado nas frases finais do primeiro parágrafo.

Resposta: B

Resolve

41^a QUESTÃO

Check the alternative that best rephrases the following sentence, without altering its meaning:

“Speaking of all-time great books, it seems like just about every bestseller has been turned into a movie that either gives the book a bad rap or receives great reviews and overshadows the book.”

- A** () Speaking of classic books, it appears that nearly every bestseller has been adapted into a movie that either tarnishes the book's image or receives rave reviews and outshines the book.
- B** () Speaking of iconic books, it seems that almost every bestseller has been turned into a movie that either improves the book's reputation or gets stellar reviews and eclipses the book.
- C** () Speaking of substandard books, it seems that nearly every bestseller has been made into a movie that either harms the book's reputation or earns enthusiastic reviews and surpasses the book.
- D** () Speaking of timeless books, it appears that virtually every bestseller has been transformed into a movie that either damages the book's image or gets annoying reviews and brightens the book.
- E** () Speaking of legendary books, it seems that just about every bestseller has been converted into a film that either spoils the book's reputation or gets glowing reviews and praises the book.

Assunto: Reescrita de frases

A questão pede que seja marcada a alternativa que melhor reescreve a frase “Speaking of all-time great books, it seems like just about every bestseller has been turned into a movie that either gives the book a bad rap or receives great reviews and overshadows the book” (Falando dos melhores livros de todos os tempos, parece que quase todos os best-sellers foram transformados em filmes que ou dão ao livro uma má reputação ou recebem ótimas críticas e ofuscaram o livro). Dessa forma, a alternativa A é a que melhor reescreve a frase em questão. “Speaking of classic books, it appears that nearly every bestseller has been adapted into a movie that either tarnishes the book's image or receives rave reviews and outshines the book.” (Falando em livros clássicos, parece que quase todos os best-sellers foram adaptados para um filme que mancha a imagem do livro ou recebe ótimas críticas e ofusca o livro.)

42^a QUESTÃO

De acordo com as informações presentes no texto, depreende-se que

- A () o uso de celulares nas escolas públicas foi proibido em todo o território americano desde 2023.
- B () a proibição do uso de celulares nas escolas prejudica a coleta e a interpretação de dados.
- C () a utilização dos celulares nas escolas tornou-se um problema limitado aos professores da Flórida.
- D () o uso indevido dos celulares contribuiu para a decisão de bani-los do ambiente escolar.
- E () as regras para a proibição do celular serão diferentes em cada localidade, mas provêm de preocupações distintas.

Assunto: Interpretação de texto

A questão quer a alternativa que apresenta um entendimento correto do texto.

O texto fala sobre as motivações e os impactos da limitação do uso de celulares nas escolas da Flórida.

A alternativa que apresenta o raciocínio correto é a D, pois o texto menciona aspectos que demonstram o uso indevido dos celulares nas escolas.

Resposta: D



43^a QUESTÃO

Na passagem "Fellow teachers nationwide face the same challenge, which explains why more states and districts are moving to limit or outright ban cellphones in the classroom", a palavra **OUTRIGHT** pode ser substituída, sem prejuízo de sentido, por

- A () partial.
- B () legal.
- C () thorough.
- D () confined.
- E () illicit.



Assunto: Sinonímia

A questão pede uma palavra que possa substituir o termo **"outright"** que, nesse contexto, significa "totalmente, completamente". Dessa forma, a alternativa correta é a C (**thorough**), que tem como significado "totalmente".

Resposta: C

44^a QUESTÃO

Referring to the establishment of a national youth mental health crisis, U.S. Surgeon General Vivek Murthy stated: "I am concerned that social media is an important driver of that crisis, one that we must urgently address". In this sentence, the modal verb **MUST** indicates

- A () a possibility that addressing the crisis may happen.
- B () a necessity to act regarding the crisis.
- C () an ability to address the matter at any time.
- D () a recommendation to act regarding the matter.
- E () a request for people to recognize the relevance of the matter.

Assunto: Verbos Defectivos (Modal Verbs)

Na frase em questão, o verbo defectivo **must** (dever, ter que) indica uma forte necessidade ou obrigação, indicando, assim, a necessidade de agir no que concerne a crise causada pelo uso de celulares no ambiente escolar, o que encontra respaldo na alternativa B.

Resposta: B



45^a QUESTÃO

Ao transpor a frase "Seventy-two percent of high school teachers cite cellphones as a major distraction in the classroom" para a voz passiva, a construção **CORRETA** é

- A () Seventy-two percent of high school teachers are cited cellphones as a major distraction in the classroom.
- B () Cellphones are cited as a major distraction in the classroom by seventy-two percent of high school teachers.
- C () Cellphones are cited as seventy-two percent of a major distraction by high school teachers.
- D () Seventy-two percent of high school teachers were cited cellphones as a major distraction in the classroom.
- E () Cellphones cites by seventy-two percent of high school teachers as a major distraction in the classroom.

Assunto: Voz Passiva

A questão quer a sentença seja modificada para a voz passiva. Veja que quem exerce a ação são "72% dos professores" e quem sofre "é citado" são os celulares. Assim, o trecho fica: "Cellphones are cited as a major distraction in the classroom by seventy-two percent of high school teachers."

Resposta: B

46^a QUESTÃO

The sentence that **BEST** summarizes the main idea of the text is

- A () Machines are unreliable because they cannot replicate emotion and contextual understanding.
- B () Society should retire the misleading label "artificial intelligence" and focus on nurturing human creativity.
- C () Human intelligence is multifaceted, combining logical reasoning with emotional insight, a balance that machines cannot achieve.
- D () Misleading terms like "artificial intelligence" make the world overly predictable and uninspired.
- E () AI systems rely on human-produced data for creativity alongside technological development.

Assunto: Interpretação de Texto

O texto centra sua ideia na tese da capacidade bi lógica humana em contraponto à limitação das máquinas no que se refere à falta de emoção dessas máquinas. Dessa forma, pode-se resumir a ideia central do texto na citação de que a inteligência humana é multifacetada, combinando a razão lógica com percepção (insight) emocional, um equilíbrio que as máquinas não conseguem alcançar. Dessa forma, a alternativa C é a que deve ser escolhida como verdadeira.

47^a QUESTÃO

In the extract "The former searches for differences; the latter is quick to erase them.", the terms **FORMER** and **LATTER** refer respectively to

- A () human intelligence and artificial intelligence.
- B () artificial intelligence and human intelligence.
- C () the Chilean psychoanalyst and his bi-logic theory.
- D () the logic of formal reasoning and the logic of emotion.
- E () the logic of emotion and the logic of formal reasoning.

Assunto: Referência

A questão exige o conhecimento dos termos "former" e "latter".

Former: refere-se ao que foi dito primeiro;

Latter: refere-se ao que foi dito por último;

Assim, ao analisar o trecho, vemos que o primeiro termo citado tem a ver com lógica e raciocínio formal, enquanto o segundo tem a ver com a dinâmica da emoção.

Portanto, a resposta correta é "the logic of formal reasoning and the logic of emotion."

48^a QUESTÃO

Observe the following sentence from paragraph 1. "The goal is to give society time to adapt to what the signatories describe as an "AI summer", which they believe will ultimately benefit humanity, as long as the right guardrails are put in place." Choose the alternative that can be considered the **CORRECT** past version of the sentence above.

- A ()** The goal was to give society time to adapt to what the signatories described as an "AI summer", which they believe was ultimately benefit humanity, as long as the right guardrails were put in place.
- B ()** The goal was to give society time to adapt to what the signatories had described as an "AI summer", which they believe would ultimately benefit humanity, as long as the right guardrails were put in place.
- C ()** The goal was to give society time to adapt to what the signatories described as an "AI summer", which they believed would ultimately benefit humanity, as long as the right guardrails were put in place.
- D ()** The goal would be to give society time to adapt to what the signatories describe as an "AI summer", which they believe had ultimately benefited humanity, as long as the right guardrails were put in place.
- E ()** The goal would be to give society time to adapt to what the signatories had described as an "AI summer", which they believe would ultimately benefit humanity, as long as the right guardrails were put in place.

Assunto: Tempos verbais - passado

A questão pede que o trecho seja transposto para o tempo passado.

"The goal is (was) to give society time to adapt to what the signatories described (describe) as an "AI summer", which they believed (believe) would (will) ultimately benefit humanity, as long as the right guardrails were (are) put in place.

Resposta: C