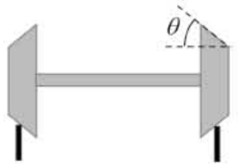
1ª QUESTÃO

Um trem de massa M desloca-se a uma velocidade constante v sobre trilhos horizontais. Para garantir a aderência em curvas, as rodas do trem possuem formato de tronco de cone regular com ângulo θ com a horizontal, conforme se observa na figura. Considerando que o raio de curvatura é muito maior que as dimensões do trem e que o eixo das rodas permanece na horizontal, calcule o raio de curvatura mínimo para que nenhuma das rodas perca o contato com o trilho nas seguintes situações:

a) quando o coeficiente de atrito estático entre as rodas e o trilho é μ;

b) quando o atrito é desprezível;

c) quando o coeficiente de atrito estático é μ e as rodas são cilíndricas.

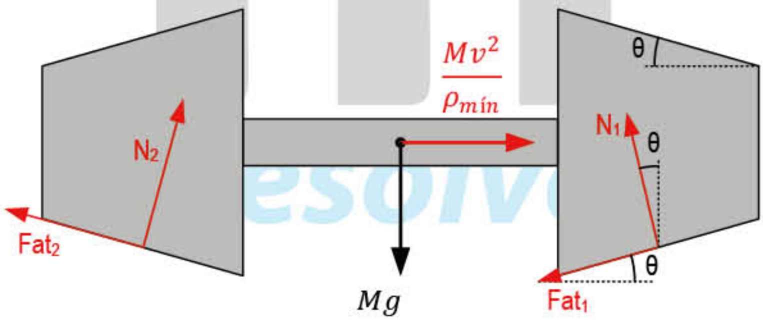


master Resolve

Assunto: Dinâmica do movimento circular

a)

Vamos supor que, momentaneamente, no referencial do trem, a força centrífuga (força de inércia) está para a direita.



No caso limite o trem tende a tombar para a direita, logo, a $N_2 \to 0$ e consequentemente, $F_{at_2} \to 0$.

Assim, do equilíbrio na vertical,

$$N_1 . \cos\theta - F_{at_1} . \operatorname{sen}\theta = Mg$$

No caso limite, temos que $F_{at1} = \mu . N_1$

$$N_1 . \cos\theta - \mu . N_1 . \operatorname{sen}\theta = Mg$$

$$N_1 = \frac{Mg}{\cos\theta - \mu . \operatorname{sen}\theta}$$

No equilíbrio na horizontal,

$$\frac{Mv^2}{\rho_{mín}} = N_1 . \operatorname{sen}\theta + F_{at_1} . \cos\theta$$

$$\frac{Mv^2}{\rho_{mín}} = \frac{Mg}{\cos\theta - \mu . \operatorname{sen}\theta} . \operatorname{sen}\theta + \frac{Mg}{\cos\theta - \mu . \operatorname{sen}\theta} . \mu . \cos\theta$$

$$\rho_{mín} = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{\cos\theta - \mu . \operatorname{sen}\theta}{\mu . \cos\theta + \operatorname{sen}\theta} \qquad \text{eq. 1}$$

b) Aqui basta que façamos, na equação 1, $\mu \to 0$, logo,

$$\rho_{mín} = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{\cos\theta - \mu . \operatorname{sen}\theta}{\mu . \cos\theta + \operatorname{sen}\theta} = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$\rho_{mín} = \frac{v^2}{g . \operatorname{tg}\theta}$$

c) Aqui basta que façamos, na equação 1, $\theta \to 0$, logo,

$$\rho_{mín} = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{\cos\theta - \mu . \operatorname{sen}\theta}{\mu . \cos\theta + \operatorname{sen}\theta} = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{1}{\mu}$$

$$\rho_{mín} = \frac{v^2}{\mu g}$$

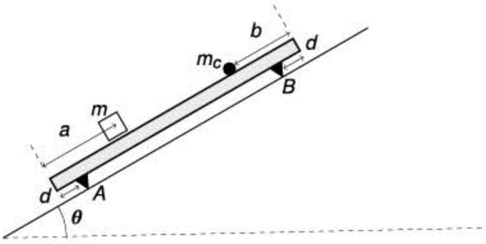
2ª QUESTÃO

Uma barra rígida, homogênea e uniforme, de massa *M* e comprimento *L*, possui dois apoios fixos, *A* e *B*, que estão em contato com um plano inclinado que forma um ângulo θ com a horizontal. Os pontos de contato com o plano inclinado estão localizados a uma distância *d* de cada extremidade da barra, conforme ilustrado na figura. Um objeto de massa *m* está preso à barra a uma distância *a* da extremidade inferior. Para manter o equilíbrio, um contrapeso de massa m_C é acoplado a uma distância *b* da extremidade superior da barra. Admita que os apoios sofrem forças de atrito estático.

Considerando que a barra permanece em repouso, faça o que se pede nos itens a seguir, expressando as respostas em termos dos parâmetros dados (M, m, m_C, L, d, a, b, g, θ).

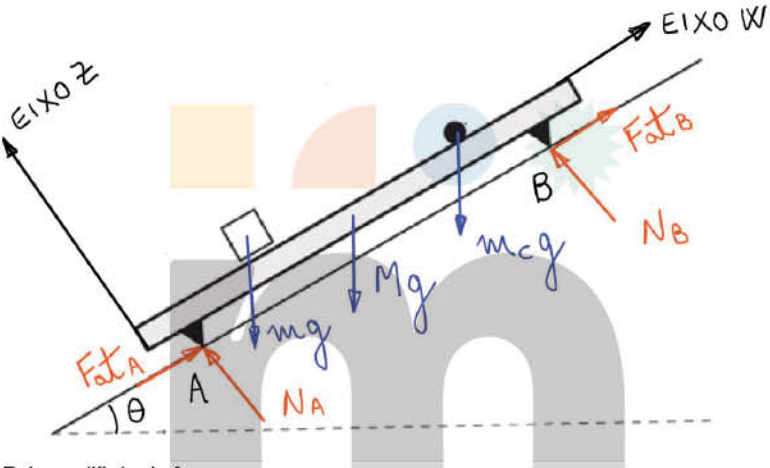
a) Determine o valor das forças normais exercidas sobre os apoios *A* e *B*.

b) Calcule a força de atrito em cada apoio, que impeça o deslizamento da barra ao longo do plano.



master Resolve

Assunto: Estática



Pelo equilíbrio de forças:

- Eixo w: $Fat_A + Fat_B - (M + m + m_c)gsin\theta = 0$
- Eixo z: $N_A + N_B - -(M + m + m_c)gcos\theta = 0$

Pelo equilíbrio dos torques no ponto A:

$$N_B(L-2d) - mgcos\theta(a-d) - m_c gcos\theta(L-b-d) - Mgcos\theta\left(\frac{L}{2} - d\right) = 0$$

A)

$$N_B = \frac{Mgcos\theta}{2} + [m(a-d) + m_c(L-b-d)]\frac{gcos\theta}{L-2d}$$

$$N_A = (M + m + m_c)gcos\theta - N_B.$$

$$N_A = \left(\frac{M}{2} + m + m_c\right)gcos\theta - [m(a-d) + m_c(L-b-d)]\frac{gcos\theta}{L-2d}$$

B)

Supondo:

$$\mu_e = \mu_A = \mu_B$$

$$Fat_A + Fat_B \le \mu_e(N_A + N_B)$$

$$\mu_e \ge \frac{Fat_A + Fat_B}{N_A + N_B} = Tg\theta$$

Considerando os μ atuantes iguais a $Tg\theta$:

$$Fat_A = N_A Tg\theta$$

$$Fat_B = N_B Tg\theta$$

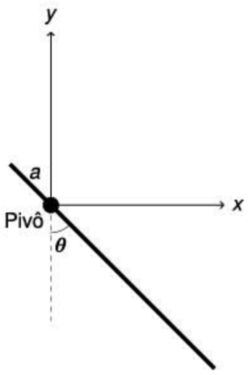
3ª QUESTÃO

Uma haste fina e homogênea de comprimento total *L* e massa *M* está presa a um pivô fixo, localizado a uma distância *a* de uma das extremidades, conforme a figura. A haste pode girar livremente em um plano vertical sob a ação da gravidade. Em determinado instante, ela gira com velocidade angular ω em torno do pivô, formando um ângulo θ com a vertical.

Dadas as considerações, calcule

a) a componente radial da força de reação exercida pelo pivô sobre a haste nesse instante, em função de M, L, a, θ, ω e g;

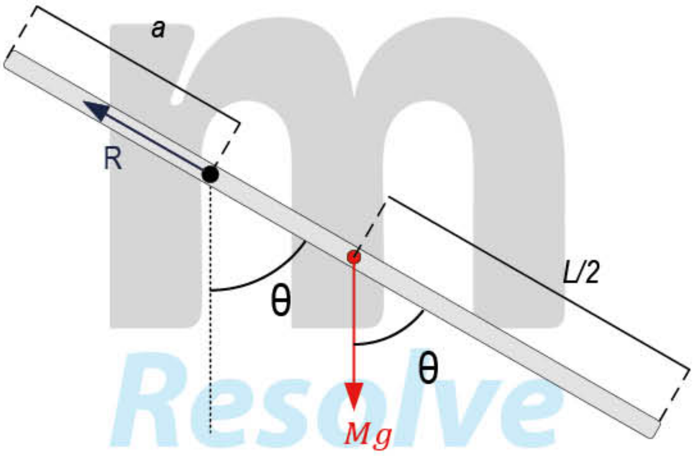
b) o ângulo θ para que a componente radial da força de reação se anule, em função de M, L, a, ω e g.



Resolve

Assunto: Dinâmica do movimento circular

a) Considerando a força peso e a reação da barra, temos



$$R - Mg.\cos\theta = M.\omega^2.\left(\frac{L}{2} - a\right)$$

$$R - Mg.\cos\theta = M.\omega^2.\left(\frac{L}{2} - a\right)$$

$$R = Mg.\cos\theta + M.\omega^2.\left(\frac{L}{2} - a\right)$$

b)

$$R = Mg.\cos\theta + M.\omega^2.\left(\frac{L}{2} - a\right) = 0$$

$$g.\cos\theta = \omega^2.\left(a - \frac{L}{2}\right)$$

$$\cos\theta = \frac{\omega^2}{g}\cdot\left(a - \frac{L}{2}\right)$$

$$\theta = \arccos\left[\frac{\omega^2}{g}\cdot\left(a - \frac{L}{2}\right)\right]$$

4ª QUESTÃO

Considere um objeto de massa m que descreve uma trajetória elíptica sob a influência de uma estrela de massa M ($M \gg m$). Devido a instabilidades internas, ele se separa em duas partes de massas m_1 e m_2, com $m_1 = 4m_2$. Em um determinado instante, as posições das massas m_1 e m_2 são, respectivamente, dadas por $P_1 = \left(\frac{3a}{4}, \frac{b}{4}\right)$ e $P_2 = (a, y_2)$, em que a é o semieixo maior, b é o semieixo menor e os focos da elipse descrita originalmente por m estão no eixo x.

Considerando que a origem do sistema de coordenadas coincide com o centro da elipse, determine

a) y_2;

b) a menor energia potencial gravitacional possível do sistema nesse instante.

master **Resolve**

Assunto: Gravitação

a) O CM das duas massas m_1 e m_2 permanecerá na elipse original.

Fazendo o cálculo do CM das duas massas, teremos

$$x_{CM_{1,2}} = \frac{3a}{4} + \frac{a}{20} = \frac{16a}{20}$$

Substituindo na equação da elipse original

$$\frac{x_{CM_{1,2}}^2}{a^2} + \frac{y_{CM_{1,2}}^2}{b^2} = 1 \rightarrow \left(\frac{16a}{20a}\right)^2 + \frac{y_{Cm}^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{Y_{Cm}^2}{b^2} = \frac{400 - 16^2}{400} \rightarrow Y_{Cm} = \pm\frac{3b}{5}$$

Olhando para o CM de m_1 e m_2, temos duas soluções

$$\frac{4m_2 . \frac{b}{4} + m_2 y_2}{5m_2} = \frac{3b}{5}$$

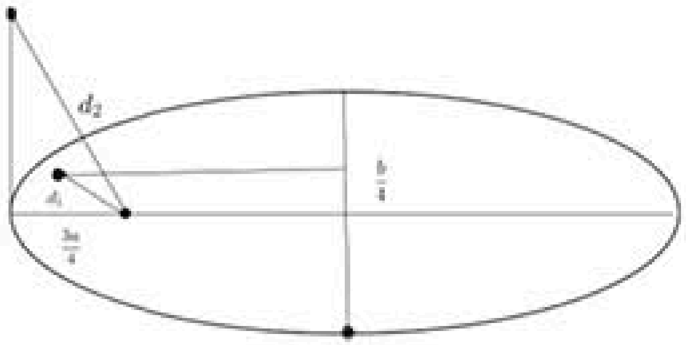
$$y'_2 = 2b$$

Ou

$$\frac{4m_2 . \frac{b}{4} + m_2 y_2}{5m_2} = \frac{-3b}{5}$$

$$y''_2 = -4b$$

b) Agora, calculando a energia mínima, precisamos utilizar a menor distância, ou seja,



Calculando a distância d_2

$$d_2^2 = 4b^2 + \left(\sqrt{a^2 - b^2} - a\right)^2$$

$$d_2 = \sqrt{4b^2 + \left(\sqrt{a^2 - b^2} - a\right)^2}$$

E para d_1

$$d_1^2 = \frac{b^2}{16} + \left(\frac{3a}{4} - \sqrt{a^2 - b^2}\right)^2$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{b^2}{16} + \left(\frac{3a}{4} - \sqrt{a^2 - b^2}\right)^2}$$

Logo, a energia potencial mínima é

$$E_p = -GMm_2\left(\frac{4}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)$$

$$E_p = -\frac{GMm}{5}\left(\frac{4}{\sqrt{\frac{b^2}{16} + \left(\frac{3a}{4} - \sqrt{a^2 - b^2}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{4b^2 + \left(\sqrt{a^2 - b^2} - a\right)^2}}\right)$$

5ª QUESTÃO

Uma viga fina, cilíndrica, incompressível, maciça de cobre (massa molar M_{Cu}), de massa m, comprimento L e coeficiente de expanção térmica linear α, está posicionada verticalmente sobre o piso de um recipiente que contém um banho de água (calor específico $c_{\mathrm{H_2O}}$ e densidade $\rho_{\mathrm{H_2O}}$) com volume V, inicialmente à temperatura ambiente de 20 °C. Sobre a extremidade superior da viga, é colocada uma massa M_1, que exerce uma força compressiva ao longo de seu eixo. Uma fonte de calor é então acionada, fornecendo energia ao banho até que sua temperatura atinja 90 °C. Nesse momento, a fonte de calor é desligada, e a massa M_1 é imediatamente substituída por uma massa menor, M_2. Com a fonte desligada e a massa reduzida, o sistema esfria e retorna à temperatura ambiente de 20 °C. Assim que essa temperatura é atingida, a massa M_1 é recolocada sobre a viga, e a fonte de calor é religada, reiniciando-se o ciclo. Admita que não há troca de calor de M_1 ou M_2 com o sistema.

Considerando válida a lei de Dulong-Petit: $c_V = 3R$ (calor específico molar) para sólidos cristalinos, em que R é a constante universal dos gases, determine

a) o trabalho total realizado em um ciclo;

b) a eficiência da máquina térmica descrita.

master Resolve

Assunto: Máquinas Térmicas

Ao colocar a massa M1 teremos o seguinte trabalho:

$$\tau_1 = M_1 g L \alpha \Delta T$$

Ao colocarmos as massa M2 haverá um resfriamento. Assim o trabalho será dado por:

$$|\tau_2| = |M_2 g L \alpha \Delta T|$$

Assim o trabalho total fica:

$$\tau = 70 L\alpha(M_1 - M_2)$$

b) A equação do rendimento é dado por:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_t}$$

Onde o $Q_t = Q_a + Q_v$

- $Q_a \rightarrow$ Color proveniente da água.
- $Q_v \rightarrow$ Calor proveniente da viga.

$$Q_a = \rho_{H2O} c_{H2O} \mathrm{V} \Delta T$$

Para encontrar Q_v precisamos encontrar o calor específico da viga.

$$C_v = \left(\frac{m}{M_{Cu}}\right) 3R$$

$$Q_v = C_v \Delta T \rightarrow \left(\frac{m}{M_{Cu}}\right) 3R\Delta T$$

Assim, o calor total fica:

$$Q_t = \Delta T \left(\rho_{H2O} c_{H2O} V + \frac{m3R}{M_{Cu}}\right)$$

Assim o rendimento fica:

$$\eta = \frac{M_{Cu} L\alpha(M_1 - M_2)}{M_{Cu}\rho_{H2O} c_{H2O} V + m3R}$$

6ª QUESTÃO

Uma luneta astronômica é composta por duas lentes delgadas dispostas em um tubo: uma lente objetiva de distância focal $f_1 = +80\,cm$; e uma lente ocular de distância focal $f_2 = +5{,}0\,cm$.

Sabendo que, nesse equipamento, as imagens dos objetos celestes observadas são formadas a longas distâncias do observador, faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Calcule o comprimento L do tubo que separa as lentes.

b) Calcule o aumento angular G da luneta para objetos a longas distâncias e indique a orientação da imagem.

c) Descreva a posição e o tipo de imagem conjugada pela luneta de um objeto localizado a 40 cm da lente objetiva. A imagem final é maior ou menor que o objeto?

Colégio master — Ensina no colégio. Educa na vida. **Resolve**

Assunto: Instrumentos Ópticos

a) O problema nos da:

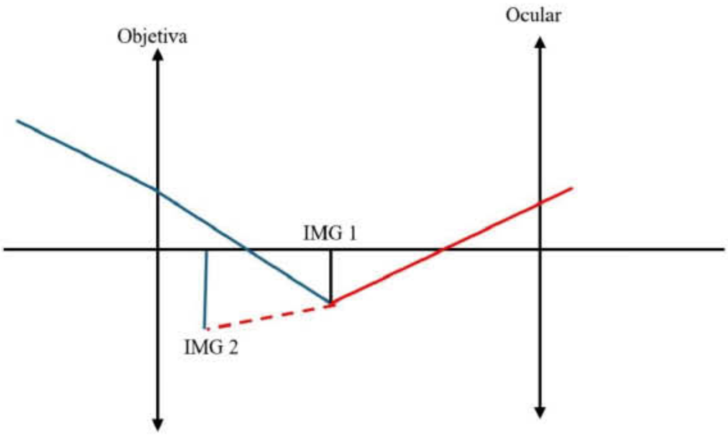
$F_{ob} = 80\ cm\ ;\ F_{oc} = 5{,}0\ cm$

Sabendo que o comprimento é dado por:

$$L = F_{ob} + F_{oc} = 85\ cm$$

b) O aumento angular pode ser calculado pela seguinte equação:

$$G = \frac{F_{ob}}{F_{oc}} = 16$$



Como o objeto está no infinito, a imagem será formada no foco da objetiva, esta imagem, por sua vez formará uma imagem invertida na lente ocular.

c) Para um objeto a uma distância de 40 cm teremos que a sua imagem será formada em:

$$\frac{1}{80} - \frac{1}{40} = \frac{1}{p'_1} \rightarrow p'_1 = -80\ cm$$

Esta imagem será o objeto que formará a imagem na lente ocular:

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{80+85} + \frac{1}{p'_2} \rightarrow p'_2 = \frac{165}{32}\ cm$$

Assim temos que a imagem final é real.

O aumento total de uma luneta é dado pela seguinte equação:

$$A_t = A_1 x\, A_2 \rightarrow \left(\frac{80}{40}\right) x \left(\frac{-165}{32x165}\right) \rightarrow -\frac{1}{16}$$

Assim temos que a imagem final é menor e invertida.

7ª QUESTÃO

Um feixe cilíndrico e homogêneo de luz laser de intensidade I_0 incide sobre um sistema de $N + 1$ polarizadores dispostos em sequência. O eixo de polarização de cada polarizador forma um ângulo β com o eixo de polarização do polarizador anterior, de modo que $\phi = N\beta$ é o ângulo entre o eixo de polarização do último polarizador e o do primeiro. O laser possui polarização paralela ao eixo do primeiro polarizador e, devido a reflexões e absorções, sua intensidade após a passagem por cada polarizador é igual a uma fração x daquela que seria obtida em um caso ideal.

Considerando P a potência registrada por um analisador após o feixe atravessar todo o sistema, determine, em termos de I_0, ϕ, x, N e P,

a) a intensidade do feixe após passar pelo sistema;

b) o raio do feixe.

COLÉGIO master Resolve
ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA

Assunto: Polarização

a) Representando por zero (0), o primeiro polarizador e por N o último, temos, pela Lei de Mallus, e pela condição imposta pela questão, que a intensidade da luz que atravessa cada polarizador, é:

Polarizador (1): $I_T(1) = x^1.I_0.(\cos 2\beta)^0$

Polarizador (2): $I_T(2) = x^2.I_0.(\cos^2\beta)^1$

Polarizador (3): $I_T(3) = x^3.I_0.(\cos^2\beta)^2$

Polarizador (N + 1): $I_T(N + 1) = x^{(N+1)}.I_0.(\cos^2\beta)^N$, mas $\beta = \phi/N$, então:

$$I_T(N+1) = x^{(N+1)}.I_{0.}\left(cos^2\frac{\phi}{N}\right)^N$$

b) Em virtude de ser fornecida a potência transmitida através do sistema de polarizadores, temos pela relação entre intensidade e potência, que

$$I = \frac{P}{\pi.R^2} \rightarrow R = \left(\frac{P}{\pi.x^{(N+1)}.I_{0.}\left(cos^2\frac{\phi}{N}\right)^N}\right)^{1/2}$$

8ª QUESTÃO

Um celular de massa 100 g e calor específico médio de 2,0 J/(g°C), com bateria de 2 Ah de capacidade de carga e tensão de 5,0 V, é carregado completamente em 20 min por um carregador indutivo dotado de um solenoide de 20 espiras por centímetro, seção transversal circular de raio 0,5 cm e comprimento 2 cm. O celular possui um solenoide idêntico que se acopla perfeitamente ao solenoide do carregador durante o carregamento. O carregamento é realizado por ciclos, em cada qual a bobina do carregador é percorrida por uma corrente elétrica que varia linearmente entre 0 e 14 A em um período de tempo Δt, o que induz uma f.e.m. de módulo igual à tensão da bateria na bobina do celular, permanecendo constante durante todo o processo de carregamento. O processo de carregamento foi responsável pelo aumento da temperatura média do aparelho de 20 °C para 50 °C.

Considerando que a bateria estava totalmente descarregada no início do processo, determine

a) o mínimo valor possível da potência média, em watts, fornecida pelo carregador;

b) o máximo valor possível de Δt em segundos.

 Resolve

Assunto: Indução eletromagnética

a) Para a potência média mínima

O calor mais a energia para a bateria será:

$$Q = mc\Delta\theta + qU_{cel} = 100.2.(50-20) + 2.3600.5 = 42000\ J$$

Logo a potência média

$$P_m = \frac{42000}{20.60} = 35\ W$$

b) Para Δt_{min}

Vamos calcular o campo magnético na bobina do carregador

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} i = \frac{\mu_0 40}{2.10^{-2}} i = 4\pi.10^{-7} 2.10^3 i = 8\pi 10^{-4} i$$

O fluxo na bobina

$$\phi = NB\pi(0{,}5.10^{-2})^2 = 40.2\pi^2 10^{-8} i$$

O módulo da f.e.m no carregador vale:

$$U_c = \frac{d\phi}{dt} = 80\pi^2 10^{-8} \frac{\Delta i}{\Delta t} = 80\pi^2 10^{-8} \frac{14}{\Delta t}$$

Como as f.e.m são iguais, no celular, temos

$$U_{cel} = 80\pi^2 10^{-8} \frac{14}{\Delta t}$$

A f.e.m no celular terá seu valor máximo quando:

$$\Delta t_{min} = \frac{80.14\pi^2 10^{-8}}{5} = 2{,}2.10^{-5}\ s$$

9ª QUESTÃO

Uma grade de difração está posicionada horizontalmente a 20 cm acima do solo, na qual incide luz solar perpendicularmente. No solo, a projeção do primeiro máximo de difração do laranja (600 nm) ocorre a 20 cm do ponto central.

Dada as considerações, determine

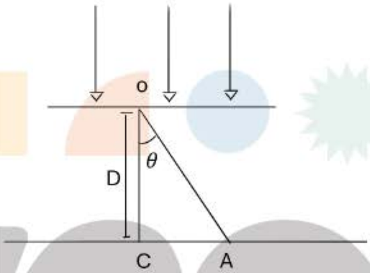
a) a distância entre as ranhuras da grade de difração;

b) a distância do primeiro máximo de difração do violeta (400 nm) até o ponto central.

Resolve

Assunto: Rede de Difração

a) Conforme a figura abaixo, temos que no triângulo OAC:



$$tg\theta = \frac{\overline{AC}}{\overline{OC}} = \frac{20}{20} = 1 \rightarrow \theta = 45°$$

a partir da posição angular do primeiro máximo referente à luz laranja, temos de acordo com a condição para máximos em uma rede de difração:

$$a.sen\theta = m.\lambda \rightarrow a.sen\ 45° = 1.600 \rightarrow \boldsymbol{a = 600.\sqrt{2} = 848,53nm}$$

b) Representando por Y, a posição do primeiro máximo e aplicando-se novamente a condição de máximo, só que agora para a luz violeta, temos:

$$a.sen\theta = m.\lambda \rightarrow 600.\sqrt{2}.\frac{tg^2\theta}{1+tg^2\theta} = 1.400$$

$$\sqrt{\frac{tg^2\theta}{1+tg^2\theta}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \rightarrow tg^2\theta = \frac{2}{7},, onde\ tg\theta = \frac{Y}{20}, que\ substituindo:$$

$$\left(\frac{Y}{20}\right)^2 = \frac{2}{7} \rightarrow Y = \frac{20}{7}.\sqrt{14} \rightarrow \boldsymbol{Y = 10,69cm}$$

10ª QUESTÃO

Considere uma missão espacial cujo objetivo é coletar dados do sistema planetário da estrela Sirius, localizada a 8,6 anos-luz do nosso sistema Solar. Para tal, duas espaçonaves são lançadas da Terra de forma que atingem as fronteiras do sistema Solar ao mesmo instante t_0, para um observador na Terra, em trajetórias paralelas e velocidades constantes, $v_1 = 0,8c$ e $v_2 = 0,6c$, em que c é a velocidade da luz. Assim que chega ao sistema planetário de Sirius, a espaçonave 1 emite um sinal para a espaçonave 2.

Dada as considerações, determine

a) o tempo transcorrido na Terra, desde o instante t_0 até que a espaçonave 2 receba o sinal emitido pela espaçonave 1;

b) o tempo transcorrido para os astronautas da espaçonave 2, desde o instante t_0 até que recebam o sinal emitido pela espaçonave 1.

Colégio master Resolve

Assunto: Cinemática Relativística

a)

No referencial da Terra (S):

$$t_1 = \frac{D}{v_1} = \frac{8{,}6}{0{,}8} \rightarrow \approx 11\ anos$$

Durante este tempo, o segundo personagem estará em:

$$x_2 = v_2 t_1 = 0{,}6x11 \rightarrow 6{,}6\ anos\ luz$$

Vamos agora calcular o tempo que o sinal leva para chegar em 2:

$$(8{,}6 - 6{,}6) = (c\ x\ \Delta t) + (v_2\ x\ \Delta t) \rightarrow \Delta t = \frac{2}{1{,}6} \approx 1{,}25\ anos.$$

Para Terra o tempo total será:

$$T_{terra} = 11 + 1{,}25 \approx 12{,}3\ anos$$

b)

Para a segunda nave:

$$t_2 = \frac{T_{terra}}{\gamma} \rightarrow 9{,}8\ anos$$